

Ebben a dolgozatomban (1977) írtam le először a gráfok és pontmátrixok kapcsolatának elméleti háttérét (lásd a cikk utolsó oldalát). Amelynek kódolásra való alkalmazása tekinthető a QR kód (**Q**uick **R**esponse-kód, magyarul: „gyors válasz”) előfutárának. Az 1980-as években hosszú vita folyt arról, hogy az árucikkek gépi azonosítását a japánok által javasolt QR-kóddal, vagy a vonalkóddal oldják meg, míg végül az egész világon a vonalkód terjedt el. Valószínűleg üzleti érdekek miatt, mert a QR-kódnak alapvető előnyei vannak a vonalkóddal szemben.

- Az első, amire az elnevezése is utal, hogy nyomdatechnikailag sokkal egyszerűbben előállítható és gyorsabban feldolgozható.
- A második, ami talán ennél is fontosabb, hogy sokkal biztonságosabb a gépi leolvasása és feldolgozása. A pozicionálást mindössze a pontmátrix három sarkában lévő kis fekete négyzet biztosítja, nagy biztonsággal! Lásd az alábbi képet!
- Végül a harmadik előnye, hogy a pontmátrix felbontását kevéssel növelve, óriásira növelhető a kódok variációinak száma, míg ez a vonalkódnál csak nagy technikai áldozatokkal tehető meg.

Azonban a *Denso-Wave* cég 1994-ben Japánban szabványosította a QR-kód kereskedelmi alkalmazását. Napjainkban (25 évvel a Japán bevezetés után) az egész világon kezdik felfedezni a fentiekben felsorolt előnyeit és rohamosan terjed a használata. Egyelőre, az átmenet biztosítása miatt, sok esetben a vonalkóddal párhuzamosan szerepel az árucikkeken.



QR-kód

SECOND HUNGARIAN COMPUTER SCIENCE CONFERENCE

PREPRINTS

I.

Budapest, 27 June — 2 July, 1977

TÁRSADALOMTUDOMÁNYI KUTATÁSOK ADATAINAK GRÁFELMÉLETI SZINTÉZIS MODELLJE

Dénes T., Hungary

Bevezetés

Igen lényeges és napjainkban egyre növekvő jelentőségű problémával állunk szemben, amikor társadalomtudományi /szociológiai, pszichológiai, vezetéstudományi, ...stb;/ jelenségek vizsgálata kapcsán, a beérkező adathalmaz áttekinthető szintézise a feladat. A jelenleg elterjedt feldolgozási módszerek a társadalomkutatót szinte teljesen magára hagyják, hiszen a feldolgozások főként statisztikai táblák tömegének létrehozását célozzák, melyek átformált állapotban új, nagy tömegű adattal állítják szembe. A társadalomtudományi vizsgálattól a konklúziók levonásáig tartó folyamatot mutatja az 1. ábra, melyen folytonos vonallal jelöltük az egyes fázisokat, szaggatott vonallal pedig az egyes fázisokban résztvevő /akik beavatkozni tudnak/ személyeket. /A bekarikázott számok az egyes fázisokra való hivatkozást könnyítik meg./ A folyamat szintézis szempontjából lényeges fázisai /ahol új információkat nyerünk/ a ② és ⑧ fázisok. Ezek azonban információ-tartalmukat tekintve igen kevésben térnek el, sőt talán a ⑧ fázisban nyert igen nagymennyiségű adat /rengeteg tábla/ "kézi" elemzése, a lényegi összefüggések felfedezését részben gátolja is.

A következőkben szeretném vázolni röviden egy olyan módszer-család alapjait, amellyel:

1./ Megvalósítható a társadalomtudományi vizsgálatok adatainak dinamikus feldolgozási rendszere, amely helyettesíti az ⑥ → ⑦ → ⑧ fázisok statikus /és igen nehézkes/ információ-dömpingjét.

2./ Megszüntethető a társadalomkutató több fázisban fellépő "magánya" és teljes együttműködés alakítható ki a számítógépes szakemberrel a folyamat jelentős részében.

3./ Jelentősen csökkenthető a ② -től ⑨ -fázisig oly gyakran szükségesnek vélt szubjektív beavatkozás /szubjektív paraméter-becslés/, így automatizálható a folyamat.

4./ Az automatizált feldolgozás különböző szintekre bontható, és az egyes szinteken lekérdezhető az aktuális információk.

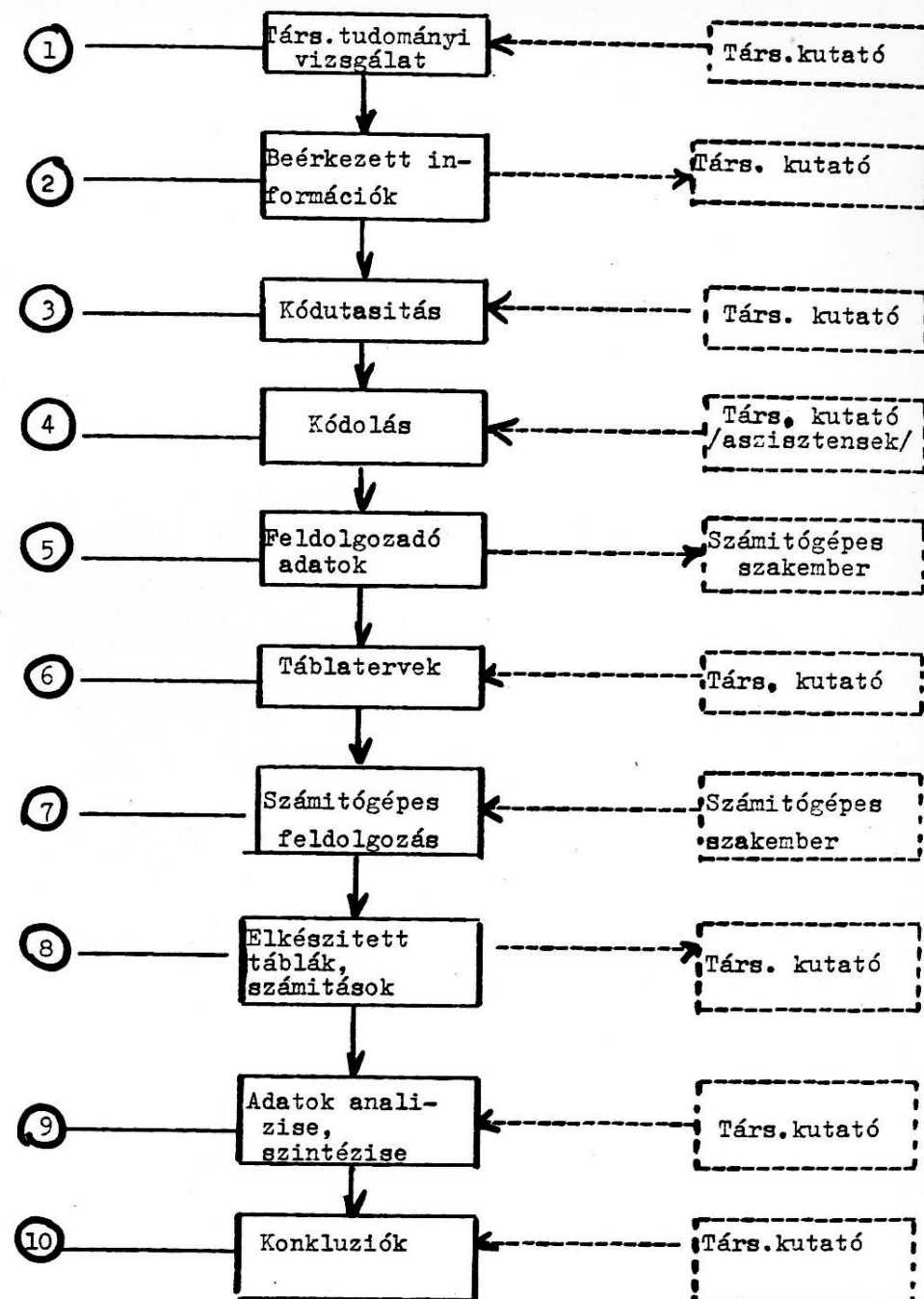
A feldolgozási rendszer végeredményként /legutolsó szint/ az adatok több szempont szerinti, struktúrális leírását /szintézisét/ adja. Így a ⑧ , ⑨ fázisok teljesen automatizált feldolgozással helyettesíthetők.

A módszer blokk-sémája látható a 2. ábrán, ahol a jelzések az 1. ábráéval azonosak.

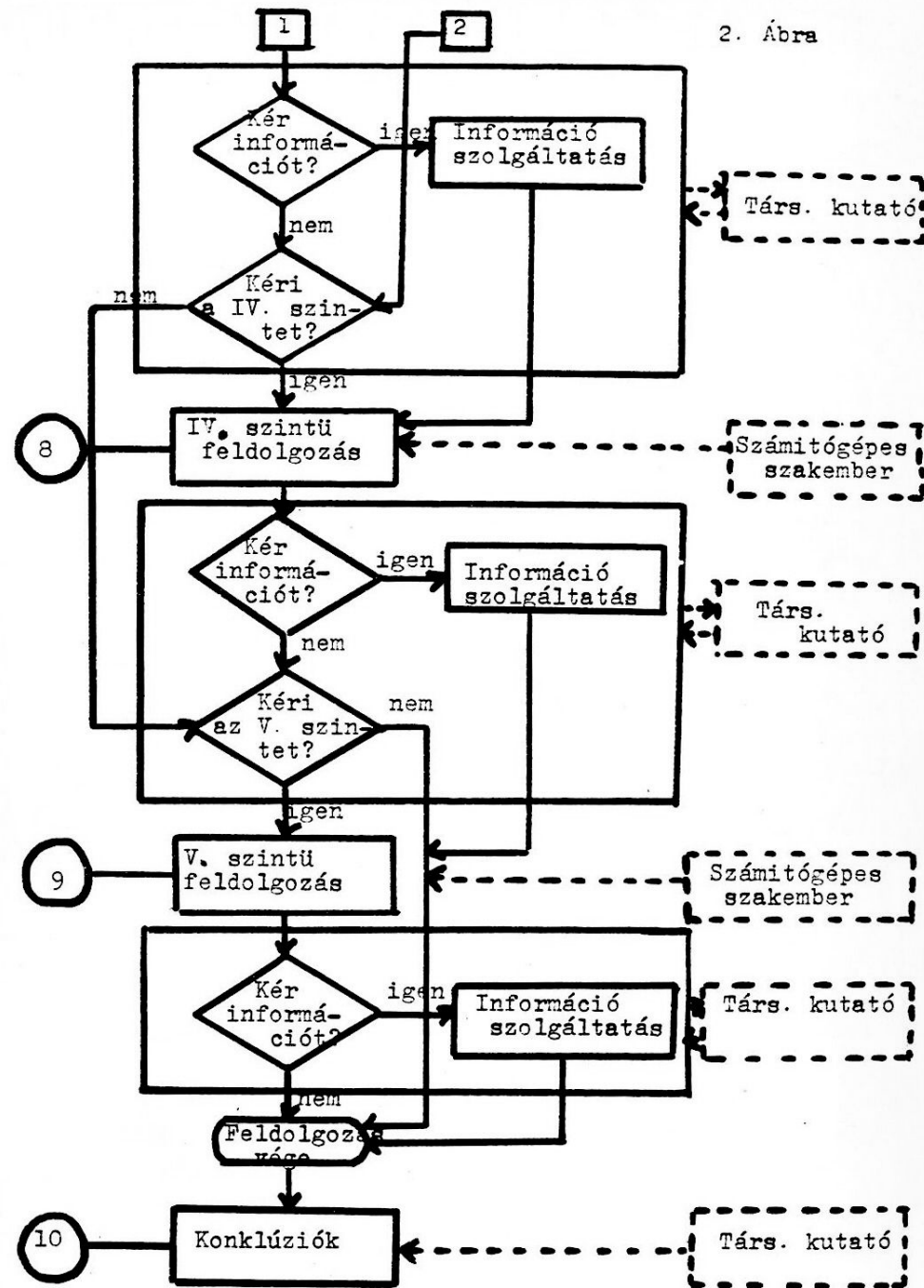
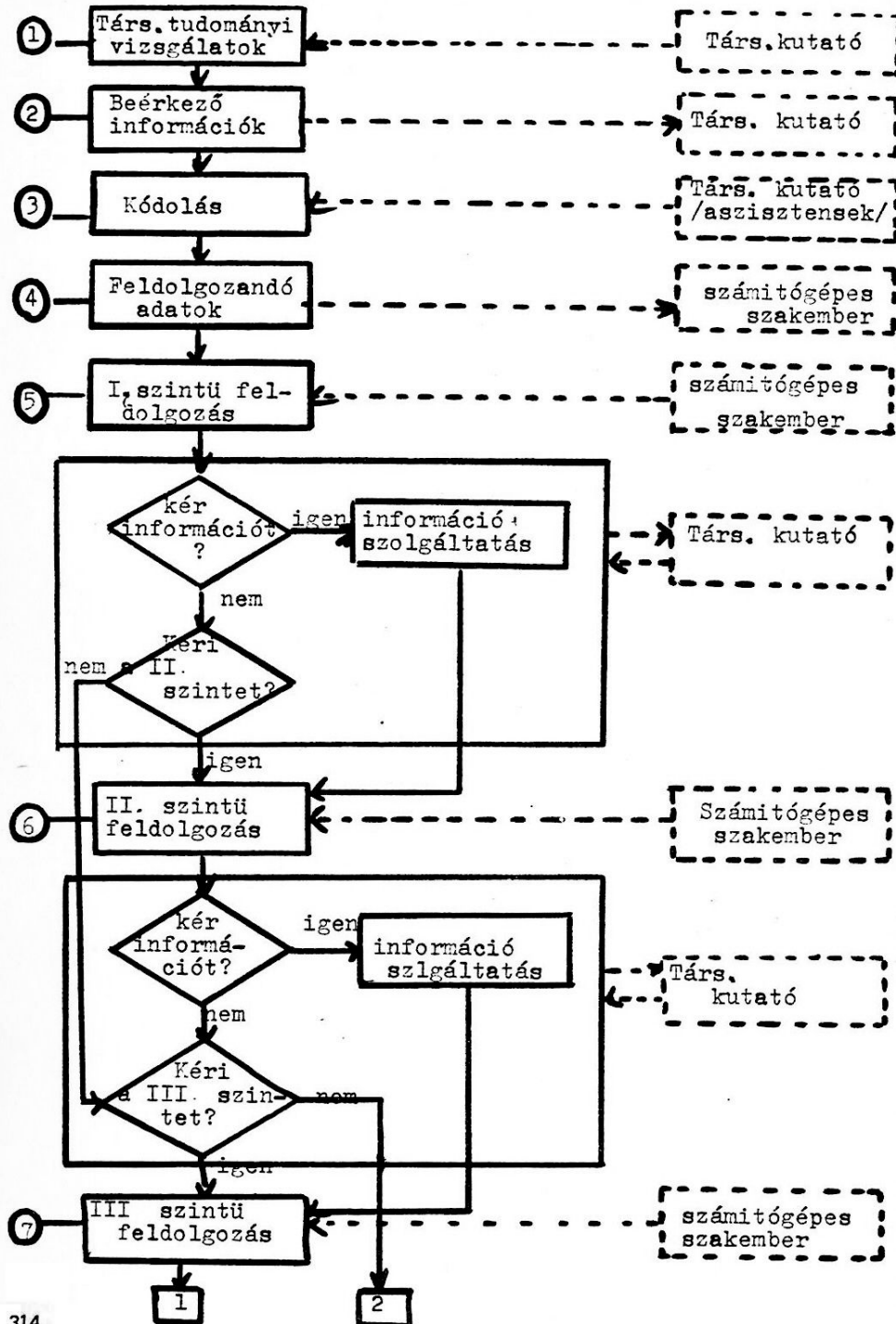
Az I., II., III., IV. és V. szintű feldolgozások modelljeinek részletesebb ismertetését a 2/, 3/, 4/, 5/, 6/ részek tartalmazzák.

1. Társadalomtudományi vizsgálatok adatszerkezete

Jelöljük H-val egy adott vizsgálatban résztvevő objektumok /személyek, csoportok, szervezetek, stb./ halmazát, elemeit pedig $h_1, h_2, \dots, h_m$ jelekkel.



1. Ábra



/1/

$$H = \{h_1, h_2, \dots, h_m\}$$

A H halmaz tehát speciális esetben a vizsgálati személyek halmaza.

A társadalom kutató /továbbiakban:TK/ a vizsgálati cél megközelítését a H halmazon végzett információgyűjtéssel éri el. Az információgyűjtés /interjú, kérdőív/ meghatározott stratégiát követ, amely bizonyos változók mérése a H halmazon.

Jelöljük e változók halmazát X-el, elemeit $x_1, x_2, \dots, x_n$ jelekkel.

/2/

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

A beérkező információk alapján minden $x_i \in X$ elemhez egy véges kódhalmaz rendelhető, ezeket jelöljük rendre $K_1, K_2, \dots, K_n$ jelekkel.

/3/

$$\begin{aligned} K_1 &= \{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1k_1}\} \\ &\vdots \\ K_i &= \{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ik_i}\} \\ &\vdots \\ K_n &= \{a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nk_n}\} \end{aligned}$$

Például, ha x_1 a H-beli egyedek nemét jelöli, és 1 ill. 2 a férfi-nő-nek megfelelő kódok, akkor $K_1 = \{1, 2\}$. Tegyük fel, hogy minden $h_j \in H$ és $x_i \in X$ esetén r_i adat áll rendelkezésünkre a vizsgálat befejezésekor. Így általános esetben adataink az alábbi mátrixba rendezhetők.

/4/

	x_1	...	x_i	...	x_n
h_1	$b_{11} \dots b_{1n_1}$	...	$b_{1i} \dots b_{1n_i}$	...	$b_{1n} \dots b_{1n_n}$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
h_i	$b_{i1} \dots b_{in_1}$	...	$b_{ii} \dots b_{in_i}$	...	$b_{in} \dots b_{in_n}$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
h_m	$b_{m1} \dots b_{mn_1}$	...	$b_{mi} \dots b_{mi_n}$	...	$b_{mn} \dots b_{mn_n}$

Ahol $1 \leq j \leq m$ és $1 \leq i \leq n$ esetén $b_{ji} \in K_i$ ($1 \leq n_i$)

A /4/ mátrix j-edik sora tehát a $h_j \in H$ elemhez tartozó összes adatot tartalmazza. A mátrix összesen

/5/

$$M = m \cdot \left(\sum_{i=1}^n n_i \right)$$

adatot tartalmaz.

Igen gyakran fordul elő, hogy egy vizsgálat ugyanazt az $x_i \in X$ változót, ugyanannál a $h_j \in H$ objektumnál többféle "helyzetben" vizsgálja. Például mobilitás vizsgálatoknál ilyen lehet az iskolai végzettség különböző időpontokban. Ekkor tehát $r_i \neq 1$.

A 2. ábra ④ fázisában tehát /4/ típusu adatbázis áll rendelkezésünkre.

2. Az I. szintű feldolgozás

A napjainkban kialakult gyakorlat az, hogy a /3/ kódhalmazokat a TK az 1. ábra ③ fázisában egy úgynevezett kódutasításban adja meg. Ez sok esetben a beérkező információk torzításához vezet, hiszen nem tudhatjuk előre, hogy pl. jövedelem

szempontjából milyen kategóriák felállítása tükrözi legjobban a minta /H/ összetételét. Előfordulhat, hogy az 1, 2, 3, 4, 5 és egyéb kategóriák a következő eredményt hozzák /téves kategóriahatárok esetén/.

/6/

kategória	Előfordulás a mintában
1	20%
2	10%
3	5%
4	5%
5	10%
egyéb	50%
Összesen:	100%

Ez nyilván lényeges torzítást eredményez, hiszen a minta 50%-a egy igen tág kategóriába kerül, amely utólag már nem differenciálható.

Ezen torzítások elkerülése és a fázisautomatizálhatósága érdekében vezethető be a következő eljárás.

A /3/ kódhalmazokat a beérkező "torzítatlan" információk alakítják ki úgy, hogy egy x_i változóra beérkezett összes különböző információ szerepel a K_i kódhalmazban. Ekkor tehát a /4/ mátrix h_j sorában a "torzítatlan" információk szerepelnek. Az egyszerűbb írásmód miatt vezessük be a

/7/

$$B_{ij} = (b_{i1}^j \ b_{i2}^j \ \dots \ b_{ir_i}^j)$$

jelölést, ahol a jobboldal egy r_i elemű vektort jelöl. Ekkor a /4/ mátrix így alakul

/8/

	x_1	...	x_i	...	x_n
h_1	B_{11}	...	B_{1i}	...	B_{1n}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
h_j	B_{j1}	...	B_{ji}	...	B_{jn}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
h_m	B_{m1}	...	B_{mi}	...	B_{mn}

Könnyen definiálható olyan γ százalékos küszöbszám, amely alatti előfordulási gyakoriság esetén egy kódot véletlenszerűnek tekinthetünk. Minden $a_{ie} \leq k$ kódhoz hozzárendelhető egy g_{ie} előfordulási gyakoriság /az adott /8/ mátrix esetén/, vagyis a $g_{ie} < \gamma$ feltételt az összes kódhalmazra végigvizsgálva és az ennek elegettevő kódokat egy erre a célra szolgáló eljárással kócsoportokba sorolva, a következő alaku, új kódhalmazokat kapjuk / $1 \leq i \leq n$ esetén/

/9/

K_i	C_{i1}	...	C_{ie}		C_{iq_i}
Előford. gyak.	g'_{i1}	...	g'_{ie}	...	g'_{iq_i}

Ahol $q_i \leq k_i$ /lásd /3//.

Ennek megfelelően a /8/ mátrix adatai is transzformálódnak az új kódok szerint, vagyis egy következő alaku transzformált adatbázishoz jutunk

/10/

	x_1	...	x_i	...	x_n
h_1	B'_{11}	...	B'_{1i}	...	B'_{1n}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
h_j	B'_{j1}	...	B'_{ji}	...	B'_{jn}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
h_m	B'_{m1}	...	B'_{mi}	...	B'_{mn}

Ezzel az I. szintű feldolgozás végére a kódutasítást elkerülve, egy a valódi információ struktúráját jóval tökéletesebben tükröző, teljesen gépesített eljárással előállított adatbázishoz jutottunk.

Természetesen valamilyen mágneses periférián az eredeti és transzformált //8/ és /10// adatbázis is rendelkezésre áll, így az I. szintű feldolgozás után a TK megkaphatja az összes kívánt alapsorokat, illetve statisztikai táblákat, finomabb és transzformált formában.

3. A II. szintű feldolgozás

Ezen a szinten minden egyes $x_i \in X$ változó /10/ mátrixbeli oszlopát elemezzük, azaz keressük a változók H mintán kapott kódstruktúráját. Ezt az alábbi modell alapján végezzük.

Tegyük fel, hogy az $x_i \in X$ változó kódstruktúráját keressük /a többire analóg módon követhető az eljárás/. Tekintsük a $B'_{i1}, B'_{i2}, \dots, B'_{im}$ sorozatokat és definiáljuk a $G_i = (P_i, E_i)$ irányított színezett gráfot.

Definíció:

P_i : a G_i gráf szögpontjainak halmaza, amely úgy áll elő, hogy minden $c_{ie} \in K'_i$ /lásd /9// kódhoz egy szögpontot rendelünk.

$$/11/ \quad P_i = \{P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{iq_i}\}$$

E_i : a G_i gráf éleinek halmaza, amely éleket végpontjaival adunk meg és a következő jelöléseket vezetjük be

$$/12/ \quad E_i = \{e_{i1}, \dots, e_{ir}\} = \{(P_{ie_1}, P_{it_1}), \dots, (P_{ie_r}, P_{it_r})\}$$

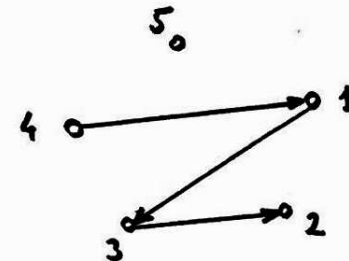
Az E_i élhalmazba tartozó éleket a következőképpen adjuk meg:

$$e_{i\alpha} = (P_{ie_\alpha}, P_{it_\alpha}) \in E_i \quad \text{akkor és csak akkor, ha}$$

$$\exists j \text{ melyre } B'_{ij} = (b'_{i1}, \dots, b'_{ir_i}) \text{ sorozatban } 31 \leq u \leq r_i,$$

$$\text{hogy } b'_{iu} = c_{ie_\alpha} \in K'_i \quad \text{és} \quad b'_{i(u+1)} = c_{it_\alpha} \in K'_i$$

Pl. ha $K'_i = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ és $B'_{ij} = (4 \ 1 \ 3 \ 2)$, akkor a 3. ábra szerinti gráfot kapjuk.

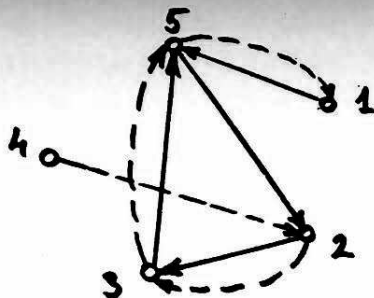


3. Ábra

Tehát az $x_i \in X$ változóhoz tartozó m darab $B'_{i1}, \dots, B'_{im}$ sorozat a G_i gráfban egy-egy élsorozatot jelöl ki. Minden egyes ilyen élsorozatot azonos színnel színezve egy m színnel színezett G_i gráfot kapunk.

$$\text{Pl. ha } K'_i = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ és } B'_{i1} = (1 \ 5 \ 2 \ 3 \ 5)$$

$B'_{i2} = (4 \ 2 \ 3 \ 5 \ 1)$, akkor a 4. ábra szerinti színezett gráfot kapjuk.



4. Ábra

Két élsorozat közös szakaszán egy mindkettőben előforduló rész-élsorozatot értünk, ezen közös szakasz hosszán a részélsorozatban előforduló élek számát. /Nyilván az x_1 változó esetén két élsorozat maximálisan r_1-1 hosszúságú közös szakaszt tartalmazhat/.

Egy általunk kidolgozott eljárás módot ad arra, hogy ezen színezett élsorozatok közös szakaszait megállapítsa.

Két élsorozat hasonlóságát közös szakaszuk hosszával jellemezzük. Így tulajdonképpen egy x_1 változó kódstruktúrája megfelel a hozzátartozó G_1 színezett gráf struktúrájának, amely a különböző színű élsorozatok közös szakaszainak hosszával és pontos megadásával jellemezhető.

Pl. a 4. ábrán ilyen közös szakasz a $((23), (35))$ élek által meghatározott részélsorozat.

Jelöljük $U_{i1}, U_{i2}, \dots, U_{im}$ jelekkel rendre a $B_{i1}, B_{i2}, \dots, B_{im}$ sorozatoknak megfelelő G_1 -beli élsorozatokat.

Az $U_{i1}, \dots, U_{im}$ élsorozatok páronkénti összehasonlításából nyert közös szakaszok rendezése előfordulási számuk szerint a kódkombinációk teljes leírását adja.

A II. feldolgozási szint végén tehát a TK megkaphatja az egyes változók teljes kódstruktúráját, ami módot ad arra, hogy az egyes szempontok szerinti jellegzetes viselkedésmódokról is képet kapjon.

Megjegyzés:

a/ Könnyen észrevehető, hogy egy $x_1 \in X$ változó esetén, ha $r_1=1$ /lásd /4//, akkor az itt leírt kódstruktúra vizsgálat a K_1^1 Kódhalmaz eloszlását írja le.

b/ Ugyanez a módszer módot ad több változó egyidejű struktúra vizsgálatára is.

4./ A III. szintű feldolgozás

Ezen a szinten kapcsolatot létesítünk az egyes változók kódstruktúrája és a H halmaz között, amely módot ad a IV., V. szinten a változók rendszerének egységes alapokon történő struktúravizsgálatára.

A II. szintű feldolgozás után rendelkezésünkre áll az összes változó kódstruktúrája, amely tulajdonképpen csoportokba sorolja az előforduló kódkombinációkat hasonlóság /lásd 3/ rész/ szerint. A kódkombinációk és a H -beli elemek között egyértelmű megfeleltetés létesíthető, így megtehetjük, hogy egy adott $x_1 \in X$ változó szempontjából hasonló kódkombinációt képviselő H -beli elemeket egy H -beli részhalmazba soroljuk. Könnyen belátható, hogy egy ilyen részhalmazokra bontás H -nak egy osztályozása, hiszen

- a./ minden kódkombinációhoz tartozik egy nem üres H -beli részhalmaz;
- b./ minden $h \in H$ csak egy ilyen részhalmazba tartozik;
- c./ ezen H -beli részhalmazok egyesítése a H halmaz.

Az egyes változók kódstruktúrája és a H halmaz megfelelő osztályozása közötti egyértelmű megfeleltetés következtében a

továbbiakban egy /13/ alakú rendszer vizsgálata áll előttünk.

/13/

$$\begin{aligned} x_1 &\rightarrow C_1 = \{H_{11}, H_{12}, \dots, H_{1\alpha_1}\} \\ \vdots & \\ x_i &\rightarrow C_i = \{H_{i1}, H_{i2}, \dots, H_{i\alpha_i}\} \\ \vdots & \\ x_n &\rightarrow C_n = \{H_{n1}, H_{n2}, \dots, H_{n\alpha_n}\} \end{aligned}$$

ahol $C_1, \dots, C_n$ az egyes osztályozásokat jelöli és $1 \leq i \leq n$ esetén igaz a következő

/14/

$$1 \leq j \leq \alpha_i \quad \text{esetén} \quad H_{ij} \subseteq H \quad \text{és} \quad H_{ij} \neq \emptyset$$

/15/

$$H_{i1} \cup H_{i2} \cup \dots \cup H_{i\alpha_i} = H$$

/16/

$$1 \leq j \leq \alpha_i \quad \text{és} \quad 1 \leq k \leq \alpha_i \quad \text{és} \quad j \neq k \quad \text{esetén} \\ H_{ij} \cap H_{ik} = \emptyset$$

A /13/ rendszer a következő gráf modellel könnyen kezelhetővé tehető.

Minden $x_i \in X$ változóhoz definiálunk egy $\Gamma_i = (D_i, V_i)$ irányítatlan gráfot, ahol

Definíció

D_i : a Γ_i gráf szögpontjainak halmaza, amely úgy áll elő, hogy minden $h_j \in H$ elemhez egy szögpontot rendelünk, $(h_j \rightarrow d_{ij})$

/17/

$$D_i = \{d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{i\alpha_i}\}$$

V_i : a Γ_i gráf éleinek halmaza, amely éleket végpontjaival adunk meg.

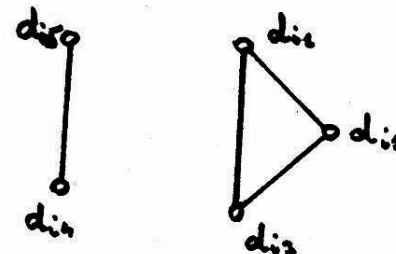
/18/

$$V_i = \{v_{i1}, \dots, v_{i\alpha_i}\} = \{(d_{i1_1} d_{i1_2}), \dots, (d_{i1_{\alpha_i}} d_{i1_{\alpha_i}})\}$$

ahol $v_{ij} = (d_{i1_j} d_{i2_j}) \in V_i$ akkor és csak akkor, ha $\} \alpha_i$ melyre $h_{1_j} \in H_{i1}$ és $h_{2_j} \in H_{i2}$ /vagyis az azonos osztályba tartozó H -beli elemeknek megfelelő szögpontokat köti össze él/.

Például, ha $H = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\}$ és

$C_1 = \{h_1, h_2, h_3\}$, $\{h_4, h_5\}$ akkor Γ_1 az 5. ábrán látható gráf



5. Ábra

Γ tehát egy α_1 komponensből álló irányítatlan gráf, melynek minden komponense egy teljes gráf.

A $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ gráfok így a megfelelő változók struktúráját modellezik, azaz ezek vizsgálatából a változók egymással való kapcsolatát írhatjuk le.

A III. szintű feldolgozás eredményeként egy olyan modell áll rendelkezésünkre, amelynek segítségével napjaink társadalomtudományi feldolgozásainak több jelentős korlátozó tényezőjét sikerül kiküszöbölni.

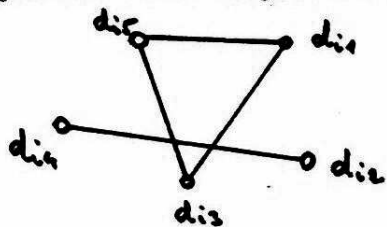
Ilyenek például:

- a./ mennyiségi és minőségi típusú változók /pl. életkor, nem/ egységes rendszerben való kezelhetősége.
- b./ szubjektív paraméterbecslések minimalizálása.
- c./ nagy mennyiségű változó együttes /többváltozós/ vizsgálata.

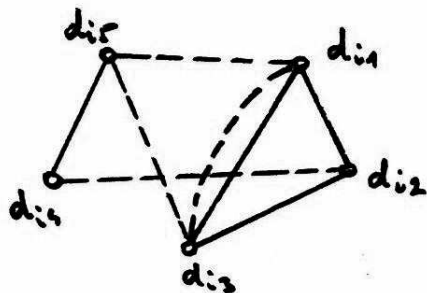
5./ A IV. szintű feldolgozás

Ezen a szinten tulajdonképpen a változók páronkénti vizsgálata történik. Ez annyit jelent, hogy $\forall i \neq j$ esetén képezzük a Γ_i, Γ_j gráfok szuperpozíciójából nyert $\Gamma_{ij} = (D_i \cup D_j, V_i \cup V_j)$ színezett gráfot úgy, hogy Γ_i és Γ_j élei különböző színűek.

Például legyen Γ_i az 5. Ábra gráfja és Γ_j a 6. Ábráé, ekkor Γ_{ij} a 7. Ábrán látható gráf lesz. /Az élek színezését itt szaggatott és folyamatos vonal helyettesíti/.



6. Ábra



7. Ábra

Az így nyert Γ_{ij} gráfok struktúra vizsgálatával az x_i, x_j változók, valamint a H-minta-halmaz e két változó együttesére vonatkozó szerkezeti leírása megadható.

Például ilyen struktúra jellemzők egy gráfban az összefüggő komponensek száma, elvágó pontok, elvágó élek, illetve ezek minimális halmazai, stb.

A különböző ilyen célra kidolgozott módszerekre, illetve az ezekből levonható következtetésekre itt nem térek ki. Ilyen módszereket és ezek néhány társadalomtudományi alkalmazását tartalmazza pl [1], [2], [3], [4], [5], [6].

6./ Az V. szintű feldolgozás

Ezen a szinten a IV. szintű vizsgálatokat terjesztjük ki két-tónél több változóra, azaz több /akár az összes/ $\Gamma_{i1}, \Gamma_{i2}, \dots, \Gamma_{ir}$ ($r \leq n$) gráf szuperpozíciójával nyert Γ gráf struktúrális vizsgálatait végezzük.

Ezen vizsgálatok módot adnak összetartozó változók kiválasztására, azaz a változók csoportokba sorolására, hiszen belátható, hogy két x_i és x_j ($i \neq j$) változó közötti kapcsolat akkor maximális, ha a 4./ részben definiált módon hozzájuk rendelt Γ_i és Γ_j gráfok izomorfak.

Definíció

Két $\Gamma_i = (D_i, V_i)$ és $\Gamma_j = (D_j, V_j)$ gráf akkor izomorf, ha létezik egy-egy értelmű τ leképezés D_i és D_j között úgy, hogy $\forall (d_{i1}, d_{i2}) \in V_i$ esetén $(\tau(d_{i1}), \tau(d_{i2})) \in V_j$

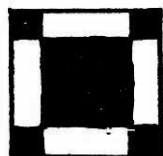
A különböző struktúra jellemzőkből képezhetők olyan mutatószámok, amelyek az izomorfizmus megközelítési szintjét írják

1e. Ezek segítségével a TK számszerű jellemzését is kapja az adott /4/ alaku adatbázisra épülő rendszernek.

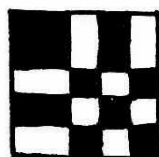
Megjegyzés:

Igen jelentős perspektivákat nyit az előzőekben leírt modellnek az a lehetősége, hogy egy-egy gráfhoz, illetve ezek szuperpozícióihoz is képmátrixok rendelhetők. Azaz társadalomtudományi objektumok, összefüggések struktúrája vizuális formában megjeleníthető /pl. printeren, vagy displayen/. Az így kapott képek természetesen nem a hétköznapi értelemben értelmezhetők, de igen alkalmasak például teljes struktúrák grafikus összehasonlítására.

Például a 7. Ábra folytonos és szaggatott vonallal rajzolt komponenséhez /hurokélekkel kiegészítve/ 8., 9. ábrán látható kép tartozhat.



8. Ábra



9. Ábra

Felhasznált irodalom

- [1] C. Berge: Graphs and Hypergraphs, North-Holland P. Comp., New York, 1973
- [2] R.G. Busacker, T.L. Saaty: Véges gráfok és hálózatok, Műszaki Kiadó, Budapest, 1969
- [3] W.K. Chen: Applied Graph Theory, North-Holland P. Comp., New York, 1976
- [4] A. Kaufmann: Az operációkutatás módszerei és modelljei Műszaki Kiadó, Budapest 1968
- [5] C.W. Marshall: Applied Graph Theory, Wiley and Sons, New York, 1971
- [6] Cystein Ore: A gráfok és alkalmazásaik, Gondolat Kiadó, Budapest, 1972

Dénes Tamás

Csepel Művek
Irányítás- és Számítástechnikai
Intézet

1751 Budapest, Pf. 65.