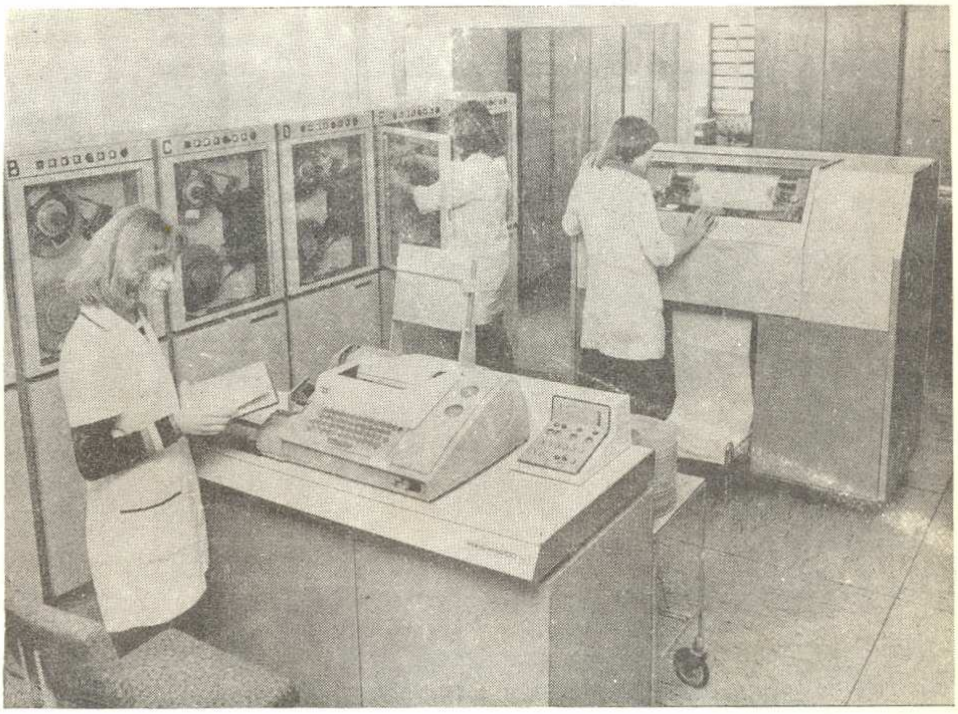


Csepel Vas- és Fémművek Irányítás és Számítástechnikai Intézet

ÉVKÖNYVE

1975.

A CSEPEL MÜVEK KONTAKTOMETRIAI VIZSGÁLATA KAPCSÁN KIDOLGOZOTT GRÁFELMÉLETI MODELLRŐL

DÉNES TAMÁS

Bevezetés

Társadalomtudományi /szociológiai, pszichológiai, stb./ problémák kapcsán vetődött fel annak szükségessége, hogy bizonyos történéssorok, megoldásmódok vizsgálatára, összehasonlitására, több szempont szerinti értékelésére modell készüljön. Ilyen tipusú feladatok ábrázolására és feldolgozására legalkalmasabb az ún. gráf modell, mely elsősorban különböző /tágan értelmezett/ objektumok közötti kapcsolatok, történések rendszerének, struktúrájának elemzésére "született". Az objektumok tág értelmezése azt jelenti, hogy e szóval jelölünk tárgyak, személyek, akár fogalmak egy általunk vizsgálni kivánt halmazat.

A következőkben a CSM kontaktometriai vizsgálata kapcsán felvetődött fenti tipusú problémára kidolgozott gráf modellről és a probléma megoldását nyújtó módszer ismertetéséről lesz szó.

I. A modellről

Legyen az általunk vizsgálni kivánt objektumok /jelen esetben személyek/ halmaza H, ennek elemei $h_1, h_2, \dots, h_m$, ha a halmaz m elemü.

Lerögzitünk egy másik, ún. "vizsgálati terep" halmazt, melyet V-vel, elemeit $v_1, v_2, \dots, v_r$ -rel jelölünk. A V halmaz esetenként /vizsgálatrészenként/ változhat; meghatározása a következők alapján történik:

Tekintsük rendre a $h_1, h_2, \ldots, h_m$ objektumokkal egy adott szempontból kapcsolatban álló objektumok halmazait és jelöljük ezeket $V_1, V_2, \ldots, V_m$ -mel.

Például legyen h_1 egy vállalati osztályvezető. Ekkor intézkedés adás, illetve "kapás" szempontjából kapcsolatban áll például az A,B,C /hozzá beosztott/ csoportvezetőkkel, valamint az E, F igazgatóhelyettesekkel és G igazgatóval. Igy jelen esetben a h_1 -hez rendelt V_1 halmaz a következő:

/1/ $V_1 = A,B,C,E,F,G$

Természetesen mint a fentiekből is kiderül, a $V_1, V_2, \ldots, V_m$ halmazok jóval több elemet tartalmazhatnak és ezek eltérő minőségüek lehetnek.

Ha ilymódon minden h_i -hez hozzárendelünk egy V_i halmazt, akkor

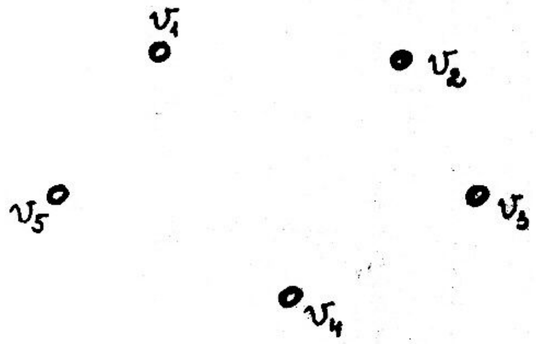
/2/ $V_1 \cup V_2 \cup \ldots \cup V_m = V$

ahol természetesen fennáll, hogy

/3/ $V_1 \cap V_2 \cap \ldots \cap V_m \neq \emptyset$

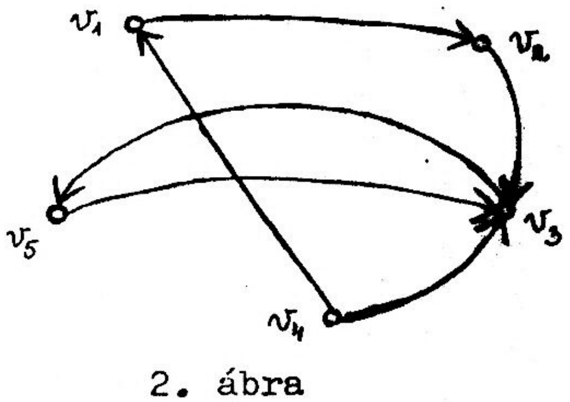
A /3/ összefüggés teljesülése szükséges a tartalmi vizsgálódások miatt, igy erről az ún. "vizsgálati terep" behatárolásával /a tartalmi előkészitésnél/ gondoskodunk.

Minden $v_i \in V$ elemhez egy pontot, a gráf egy ún. szögpontját rendeljük hozzá /melyeket ábrázolás esetén tetszőlegesen helyezhetünk el a sikon/. Például r = 5 esetén az egyik lehetséges elrendezés az 1. ábrán látható.



1. ábra

Jelöljük T-vel azt a feladat- /probléma-/ helyzetet, amelynek kapcsán kialakuló történéssorokat vizsgáljuk. Ekkor a H halmaz minden egyes eleméhez /jelen esetben személyekhez/ hozzárendelhető egy vagy több V-beli elemekből álló sorozat /történéssor, megoldásmód/, melyek a hozzájuk rendelt szögpontok segitségével egy irányitott gráfot határoznak meg. Irányitott egy gráf, ha a szögpontjait összekötő éleket /melyek az adott két objektum közötti kapcsolatot jelölik/ irányitással látjuk el. /lásd: 2. ábra/



2. ábra

Irányitott útnak nevezünk jelen esetben egy olyan irányitott élsorozatot, melyben az egymásutáni élek végpontja /nyilvég/ és kezdőpontja csatlakozik egymáshoz.

Az utakat az érintett szögpontok sorozatával irjuk le /érintési sorrendben/. Például a 2. ábrán egy irányitott út

$$v_4 v_1 v_2 v_3 v_5 v_3$$

Mint a példa és az ábra is mutatja, egy szögpont többször is előfordulhat a sorozatban, hiszen ez csak annyit jelent, hogy többször érintettük.

Tehát az egyes H-beli elemekhez tartozó V-beli sorozatok egy-egy gráfbeli irányitott utat határoznak meg. Tartalmi szempontból igen lényeges a történéssorok összehasonlitása, mely a következő gráfelméleti nyelven megfogalmazott főbb problémákat vetette fel:

Mivel egy adott h_i esetén nem feltétlenül egy út adódik /alternativák lehetségesek/, igy tegyük fel, hogy összesen n darab út összehasonlitását kell elvégeznünk.

1./ Melyek az n darab út közös szakaszai /közös pontsorozat/páronként?

2./ A talált közös szakaszok hol helyezkednek el az őket tartalmazó utakban? /Másképpen: az út hányadik lépésétől hányadik lépéséig tart egy közös szakasz/.

3./ Milyen hosszúságú közös szakaszok találhatók a vizsgált utakban?

Példa:

Adott a következő n = 3 darab összehasonlitandó út:

I. út ------- (2 3 2 1)
II. út ------- (3 2 1 4)
III. út ------ (4 1 4 3)

Ahol a számok az adott gráf szögpontjait jelölik.

1. Az a./ I. és II. út közös szakasza: 3 2 1
   b./ I. és III. út közös szakasza: ----
   c./ II. és III. út közös szakasza: 1 4

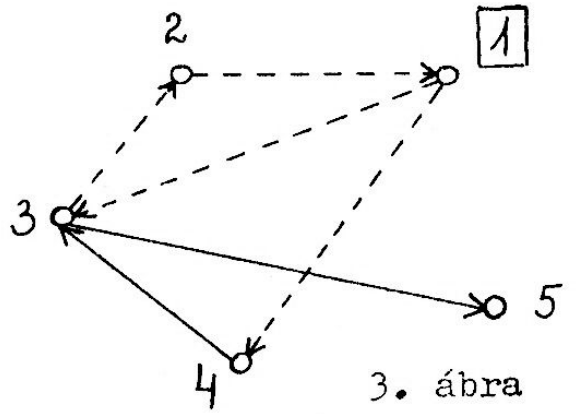
2. Az a./ esetben a közös szakasz
   az I. út 2.-től 4. lépéséig tart
   a II. út 1.-től 3. lépéséig tart

   c./ esetben a közös szakasz
   a II. út 3.-tól 4. lépéséig tart
   a III. út 2.-től 3. lépéséig tart

3. Az a./ esetben a közös szakasz hossza: 2
   c./ esetben a közös szakasz hossza: 1

II. A megoldást nyújtó módszer ismertetése

Egy adott gráfban a szögpontok számozása, az élek szinezése és irányitása egyértelmüvé teszi tetszőleges vonalszakaszok /élsorozatok/ bejárását. Egy irányitott élsorozatot az érintett szögpontok sorozatával irunk le, az érintés sorrendjében, mellyel egy ismétléses, vagy ismétlés nélküli permutációhoz jutunk, melynek fokszáma az élsorozat hosszával egyezik meg. Példaként tekintsük a 3. ábra Γ_1 gráfját és rajta bejelölt $U\Gamma_1$ élsorozatot.



3. ábra

Az utat a szaggatott vonal jelzi, melynek kezdőpontja az $\boxed{1}$ pont.

Definició:

Egy H halmaz önmagára történő leképezését a H elemei egy permutációjának nevezzük.

Definició:

Egy ciklikus permutációt /röviden ciklust/ zártnak nevezzük, ha minden elem az utána következőbe és az utolsó az elsőbe megy át.

Definició:

Egy ciklust nyiltnak nevezünk, ha minden elem az utána következőbe megy át, de az utolsó helyben marad.

Egy élsorozatot felirhatunk, mint nyilt ciklust /vagy ha kört alkot, akkor zárt ciklusként/,

$$/4/ \quad \cup\Gamma_i = (1\ 3\ 2\ 1\ 4)$$

Egy más leirási módot kinál a leképezésként történő felirás, amely a gyakorlati összehasonlitást könnyen kezelhetővé teszi /akár egyszerre több gráf esetében is/.

Igy /4/ leképezésként felirva:

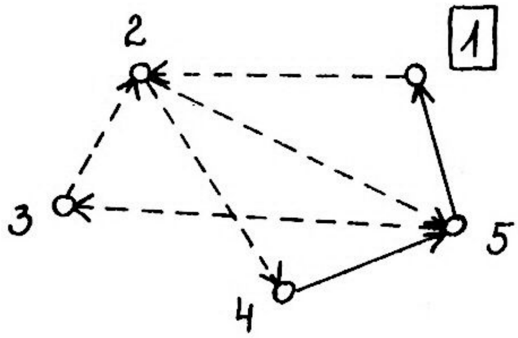
$$/5/ \quad C(\cup\Gamma_i) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

A zárójelben levő sorok közül az első sor az ún. őselemeket, a második sor az ún. képelemeket tartalmazza.

Az /5/ alak nyújtja a következő táblázat elkészitésének lehetőségét /lásd: 5. ábra/.

A példát két gráf esetére mutatjuk be, de tetszőleges számú gráf esetén analóg módon történik a táblázat elkészitése.

Legyen adott a 3. és 4. ábrán szereplő gráf és az ezeken bejelölt $U\Gamma_1$ és $U\Gamma_2$ utak.



Az utat a szaggatott vonal jelzi, melynek kezdőpontja az $\boxed{1}$ pont.

4. ábra

/6/ $$U\Gamma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

/7/ $$C(U\Gamma_2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

szögpontok sorszámai	1	2	3	4	5
$C(U\Gamma_1)$ második sora	3	1	2		
	4				
$C(U\Gamma_2)$ második sora	2	5	2		3
		4			

5. ábra

Könnyen látható, hogy az 5. ábra azonos oszlopában levő számok az azonos kezdőpontból /fejléc/ kiinduló élek végpontjait tartalmazzák.

Egy út esetén /az ábra egy sora/ több szám is szerepelhet egy oszlopban, hiszen ez azt jelenti, hogy az oszlop fejlécében szereplő szögpontból több másik szögponton haladhatunk át az út bejárása során.

Igy tehát, ha egy oszlopban azonos számokat találunk /lásd a 3. oszlop/, az azt jelenti, hogy a két /vagy több/ út, melynek sorában az azonos számok szerepelnek, tartalmazza az igy meghatározott közös élt.

Az 5. ábrán bemutatott tipusú táblázat fent leirt tulajdonságai lehetőséget adnak az I. pontban meghatározott 1./, 2./, 3./ problémák algoritmikus megoldására.

III. A megoldást megvalósitó algoritmus leirása

A vizsgálandó /összehasonlitandó/ n darab utat a fentiek alapján elhelyezve egy 5. ábrán látható tipusú táblázatban, a következőket kapjuk:

$$1.\ \text{út:}\ (a_{11}\ a_{12}\ \dots\ a_{1p}) \longrightarrow U\Gamma_1$$

$$2.\ \text{út:}\ (a_{21}\ a_{22}\ \dots\ a_{2r}) \longrightarrow U\Gamma_2$$

$$\vdots$$

$$n.\ \text{út:}\ (a_{n1}\ a_{n2}\ \dots\ a_{ns}) \longrightarrow U\Gamma_n$$

Az összes különböző szögpontok felsorolása, melyek az n darab útban előfordulnak. /Ezek száma: t/

U_1	b_{11}^1 $\vdots$ b_{11}^k	b_{12}^1 $\vdots$ b_{12}^k	$\cdots$ $\cdots$	b_{1t}^1 $\vdots$ b_{1t}^k
U_2	b_{21}^1 $\vdots$ b_{21}^k	b_{22}^1 $\vdots$ b_{22}^k	$\cdots$ $\cdots$	b_{2t}^1 $\vdots$ b_{2t}^k
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$
U_n	b_{n1}^1 $\vdots$ b_{n1}^k	b_{n2}^1 $\vdots$ b_{n2}^k	$\cdots$ $\cdots$	b_{nt}^1 $\vdots$ b_{nt}^k

6. ábra

A 6. ábra belsejében levő tetszőleges b_{ij}^{h} elem a következőképpen áll elő:

i- edik út (U_i)
j-vel számitott szögpontjából (a_{ij}), /melyet az
U_i út bejárása során h-adszor érintünk/ kiinduló
él végpontja b_{ij}^{h} .

max $h = k \longrightarrow$ egy szögpont maximális érintésének száma.
Bár az elvi lehetőség adott, hogy a II. pontban ismertetett módszer segitségével egyszerre kettőnél több út közös szakaszait vizsgáljuk, az alkalmazó vizsgálat, melynek keretében e feldolgozás történik, az utak páronkénti összehasonlitását igényli.

<u>Algoritmus tetszőleges U_i , U_j út közös szakaszainak megállapitására:</u>

Az általánosság csorbitása nélkül feltehetjük, hogy $i = 1$, $j = 2$, hiszen a 6. ábrán az U_i , U_j sorok tetszés szerint felcserélhetők.

A közös szakaszokat kezdőpont szerint osztályozzuk, vagyis először az 1 szögpontból kiinduló közös szakaszokat keressük, majd a 2-ből, ... , t-ből kiindulókat.

Az 1 szögpontból kiinduló közös szakaszok megkeresése.

<u>1.L.</u>

Vizsgáljuk meg, hogy a 6. ábra 1-hez tartozó oszlopának U_1 és U_2 -höz tartozó soraiban van-e egyforma elem.

Vagyis

$$\begin{array}{llll} b^1_{11} \overset{?}{=} b^1_{21} & b^2_{11} \overset{?}{=} b^1_{21} & \dots & b^k_{11} \overset{?}{=} b^1_{21} \\ b^1_{11} \overset{?}{=} b^2_{21} & b^2_{11} \overset{?}{=} b^2_{21} & \dots & b^k_{11} \overset{?}{=} b^2_{21} \\ \vdots & & & \\ b^1_{11} \overset{?}{=} b^k_{21} & b^2_{11} \overset{?}{=} b^k_{21} & \dots & b^k_{11} \overset{?}{=} b^k_{21} \end{array} \tag{/8/}$$

Amennyiben a /8/ vizsgálatokat elvégezve egyetlen egyenlőséget sem találunk, igy e két útnak nincs az 1 szögpontból kiinduló közös szakasza.

Ha teljesül valamelyik /vagy több/ egyenlőség, akkor legyen ezek közül az első

/9/ $b^p_{11} = b^r_{21} = B_1$ ahol $1 \leq p \leq k$, $1 \leq r \leq k$

2.L.

Vizsgáljuk meg, hogy a B_1 oszlop U_1 és U_2 -höz tartozó sorai tartalmaznak-e egyforma elemeket. Vagyis

$$\begin{array}{llll} b^1_{1B_1} \overset{?}{=} b^1_{2B_1} & b^2_{1B_1} \overset{?}{=} b^1_{2B_1} & \dots & b^k_{1B_1} \overset{?}{=} b^1_{2B_1} \\ b^1_{1B_1} \overset{?}{=} b^2_{2B_1} & b^2_{1B_1} \overset{?}{=} b^2_{2B_1} & \dots & b^k_{1B_1} \overset{?}{=} b^2_{2B_1} \\ \vdots & & & \\ b^1_{1B_1} \overset{?}{=} b^k_{2B_1} & b^2_{1B_1} \overset{?}{=} b^k_{2B_1} & \dots & b^k_{1B_1} \overset{?}{=} b^k_{2B_1} \end{array} \tag{/10/}$$

A /10/ vizsgálatokat elvégezve, ha nincs egyetlen pár sem, melyre az egyenlőség teljesül, úgy a közös szakasz végpontja B_1 .

Ha teljesül valamelyik /vagy több/ egyenlőség, akkor legyen ezek közül az első

/11/ $b^u_{1B_1} = b^v_{2B_1} = B_2$ ahol $1 \leq u \leq k$, $1 \leq v \leq k$

Az eljárás hasonlóképp folytatódik, mint a 2.L.-nél, csak most B_1 helyett a B_2 oszlopot vizsgáljuk, stb.

Ha ℓ lépést tudunk igy tenni, akkor egy ℓ hosszúságú 1, B_1 , B_2, ... , B_ℓ közös szakaszhoz jutunk.

A többi útpárokra és kezdőpontokra analóg módon történik a közös útszakaszok megállapitása.

IV. A számitógépes programról

A gráfokban talált utakat összehasonlitó és kiértékelő program - a II., III.-ban ismertetett módszer felhasználásával - az Operációkutatási Osztályon elkészült.

A program inputként az összehasonlitandó utakat és minden útszakaszhoz egy 10 jegyü azonositót kiván. Az út-azonositók tetszés szerinti /kódolt/ információt tartalmazhatnak, melyek szerint összehasonlitás kérhető. Mivel az input az összes vizsgált T-re egyszerre történik, igy a feldolgozás a különböző T-k szerint, illetve az egyes h_i -k szerint is történhet.

Az output az I. rész 1./, 2./, 3./ pontjai szerinti táblákat szolgáltatja, a tartalmi /felhasználói/ igényeknek megfelelő adatcsoportositásban.

I r o d a l o m

[1] DÉNES TAMÁS-GELLÉRI PÉTER: "Kapcsolati történések értékelésének egy számitógépes módszere" /Megjelenés alatt az Információ, Elektronika c. folyóiratban/.

[2] GELLÉRI PÉTER: "A kapcsolatrendszerek megközelitésének vizsgálati stratégiáiról" Előadás a Magyar Pszichológiai Társaság 1975. évi Jubileumi Nagygyülésén.