Egymást követő négyzetszámok közötti prímszám létezésének bizonyítása

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus
Email: tdenest@freemail.hu

Abstract

Jelen dolgozatban bizonyítjuk, hogy bármely *n* természetes szám esetén az $\left[n^2,(n+1)^2\right]$ intervallumban mindig léteznek a $g_1, g_2, ..., g_t$ *6k±1* alakú természetes számok. Zárt formulát adunk az *n*-től függő *t* értékre és a $g_1, g_2, ..., g_t$ értékekre. Majd a Dénes-féle Komplementer Prímszita tételre (Complementary Prime-sieve [Dénes 2001]) alapozva bebizonyítjuk, hogy a $g_1, g_2, ..., g_t$ természetes számok között bármely *n* esetén, van legalább egy prímszám.

----- . -----

1. TÉTEL
Legyen *n* tetszőleges természetes szám, ekkor mindig létezik *q* prímszám, amelyre teljesül, hogy

(1) $$n^2 \langle q \langle (n+1)^2$$

BIZONYÍTÁS
Legyen az összes n^2-nél kisebb prímszám $p_1, p_2, ..., p_i, ..., p_r$,

(2) $$p_1 \langle p_2 \langle ... \langle p_i \langle ... \langle p_r \langle n^2$$

Mivel $(n+1)^2-n^2=2n+1$ ezért $n\geq 2$ esetén az $\left[n^2,(n+1)^2\right]$ intervallumban van legalább egy $g_x=6z\pm 1$ alakú természetes szám, ahol $x=1,2,3,\ldots,t$ és $z=1,2,3,\ldots$ Keressük meg az n^2 utáni első ilyen alakú (g_1) számot (lásd 1. ábra).

(3a) $$n = 2k \text{ és } k = 3s \ (s = 1,2,3,...) \quad \Rightarrow \quad n^2 = (2\cdot 3s)^2 = 6^2 \cdot s^2 \Rightarrow g_1 = n^2 + 1 \rightarrow (6z+1)$$

(3b) $$\begin{aligned} & n = 2k \text{ és } k = 3s-1 \ (s = 1,2,3,...) \quad \Rightarrow \\ & \Rightarrow n^2 = (2(3s-1))^2 = 4(3s-1)^2 = 4(9s^2-6s+1) = 36s^2-24s+4 = \\ & = 6(6s^2-4s)+4 \Rightarrow g_1 = n^2+1 \rightarrow (6z-1) \end{aligned}$$

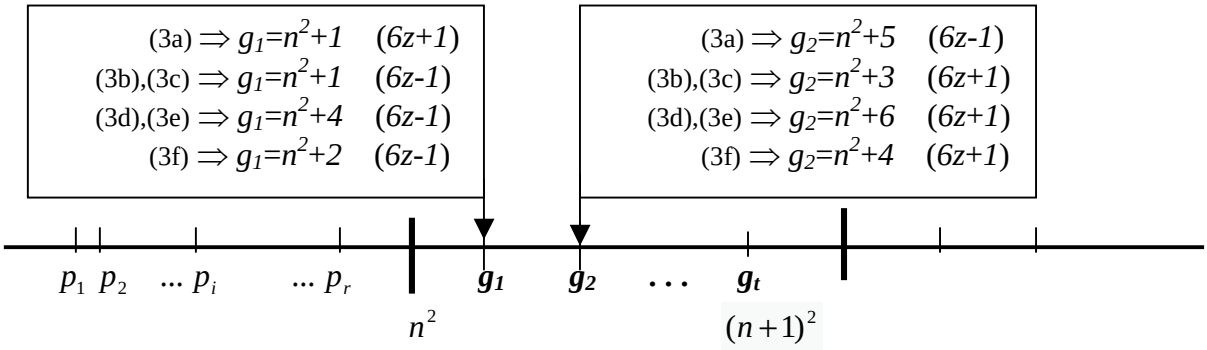
(3c) $$\begin{aligned} & n = 2k \text{ és } k = 3s-2 \ (s = 1,2,3,...) \quad \Rightarrow \\ & \Rightarrow n^2 = (2(3s-2))^2 = 4(3s-2)^2 = 4(9s^2-12s+4) = 36s^2-48s+16 = \\ & = 6(6s^2-8s+2)+4 \Rightarrow g_1 = n^2+1 \rightarrow (6z-1) \end{aligned}$$

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3d) $n = 2k+1 \text{ és } k = 3s \ (s = 1,2,3,...) \quad \Rightarrow \quad n^2 = (2\cdot 3s+1)^2 = 36s^2 + 12s + 1 =$
$= 6(6s^2 + 2s) + 1 \Rightarrow g_1 = n^2 + 4 \rightarrow (6z-1)$

(3e) $n = 2k+1 \text{ és } k = 3s-1 \ (s = 1,2,3,...) \quad \Rightarrow$
$\Rightarrow n^2 = (2(3s-1)+1)^2 = 4(3s-1)^2 + 4(3s-1) + 1 =$
$= 4(9s^2 - 6s + 1) + 12s - 4 + 1 = 36s^2 - 24s + 4 + 12s - 4 + 1 = 36s^2 - 12s + 1 =$
$= 6(6s^2 - 2s) + 1 \ \Rightarrow g_1 = n^2 + 4 \rightarrow (6z-1)$

(3f) $n = 2k+1 \text{ és } k = 3s-2 \ (s = 1,2,3,...) \quad \Rightarrow$
$\Rightarrow n^2 = (2(3s-2)+1)^2 = 4(3s-2)^2 + 4(3s-2) + 1 =$
$= 4(9s^2 - 12s + 4) + 12s - 8 + 1 = 36s^2 - 48s + 16 + 12s - 8 + 1 = 36s^2 - 36s + 6 + 3 =$
$= 6(6s^2 - 6s + 1) + 3 \ \Rightarrow g_1 = n^2 + 2 \rightarrow (6z-1)$



1. ábra

A (3a)-(3f) levezetések szerint g_1 csak a (3a) esetben $6z+1$, a többi esetben mindig $6z-1$ alakú. Mivel az $[n^2, (n+1)^2]$ intervallumbeli $g_x=6z\pm1$ alakú természetes számokat keressük, minden esetben létezik egy g_2 érték, ami a g_1-gyel ellentétes típusú. Vagyis g_2-re fennállnak a következő összefüggések:

(4a) $\overset{(3a)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 1 \rightarrow (6z+1) \Rightarrow g_2 \rightarrow (6z-1) \Rightarrow g_2 = g_1 + 4 = n^2 + 5$

(4b) $\overset{(3b)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 1 \rightarrow (6z-1) \Rightarrow g_2 \rightarrow (6z+1) \Rightarrow g_2 = g_1 + 2 = n^2 + 3$

(4c) $\overset{(3c)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 1 \rightarrow (6z-1) \Rightarrow g_2 \rightarrow (6z+1) \Rightarrow g_2 = g_1 + 2 = n^2 + 3$

(4d) $\overset{(3d)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 4 \rightarrow (6z-1) \Rightarrow g_2 \rightarrow (6z+1) \Rightarrow g_2 = g_1 + 2 = n^2 + 6$

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email:** tdenest@freemail.hu

(4e) $$\overset{(3e)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 4 \to (6z-1) \Rightarrow g_2 \to (6z+1) \Rightarrow g_2 = g_1 + 2 = n^2 + 6$$

(4f) $$\overset{(3f)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 2 \to (6z-1) \Rightarrow g_2 \to (6z+1) \Rightarrow g_2 = g_1 + 2 = n^2 + 4$$

Az 1. táblázat néhány példát mutat be a $\boldsymbol{g_1}$ és $\boldsymbol{g_2}$ értékek kiszámítására. A táblázat 4. oszlopában találjuk $\boldsymbol{g_1}$, míg a 7. oszlopban a $\boldsymbol{g_2}$ kiszámítását, a (3a)-(3f) illetve a (4a)-(4f) összefüggések segítségével. A 6. és 9. oszlop tartalmazza a $\boldsymbol{g_1}$ és $\boldsymbol{g_2}$ értékeket (a ***bold*** kiemelés jelzi, ha $\boldsymbol{g_1}$ vagy $\boldsymbol{g_2}$ prímszám).

g_1-típusúnak nevezzük az $\lfloor n^2, (n+1)^2 \rfloor$ intervallumbeli következő számtani sorozatot, a sorozat elemeinek számát t_1-el jelöljük:

(5) $$g_1,\ g_1+6,\ g_1+2\cdot 6,\ \ldots,\ g_1+(t_1-1)\cdot 6$$

A (3a)-(3f) összefüggések segítségével meghatározhatjuk a g_1-típusú sorozat elemeinek számát (t_1).

(6a) $$\overset{(3a)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_1 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+1)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 1 + 3}{6}\right] = \left[\frac{2n+3}{6}\right]$$

(6b) $$\overset{(3b)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_1 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+1)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 1 + 3}{6}\right] = \left[\frac{2n+3}{6}\right]$$

(6c) $$\overset{(3c)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_1 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+1)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 1 + 3}{6}\right] = \left[\frac{2n+3}{6}\right]$$

(6d) $$\overset{(3d)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 4 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_1 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+4)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 4 + 3}{6}\right] = \left[\frac{n}{3}\right]$$

(6e) $$\overset{(3e)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 4 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_1 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+4)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 4 + 3}{6}\right] = \left[\frac{n}{3}\right]$$

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(6f)
$$\overset{(3f)}{\Rightarrow} \quad g_1 = n^2 + 2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_1 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+2)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 2 + 3}{6}\right] = \left[\frac{2n+2}{6}\right] = \left[\frac{n+1}{3}\right]$$

g_2-típusúnak nevezzük az $\left[n^2, (n+1)^2\right]$ intervallumbeli következő számtani sorozatot, a sorozat elemeinek számát t_2-vel jelöljük:

(7) $$g_2,\ g_2+6,\ g_2+2\cdot 6,\ \ldots,\ g_2+(t_2-1)\cdot 6$$

A (4a)-(4f) összefüggések segítségével meghatározhatjuk a g_2-típusú sorozat elemeinek számát (t_2).

(8a)
$$\overset{(4a)}{\Rightarrow} \quad g_2 = n^2 + 5 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_2 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+5)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 5 + 3}{6}\right] = \left[\frac{2n-1}{6}\right]$$

(8b)
$$\overset{(4b)}{\Rightarrow} \quad g_2 = n^2 + 3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_2 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+3)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 3 + 3}{6}\right] = \left[\frac{2n+1}{6}\right]$$

(8c)
$$\overset{(4c)}{\Rightarrow} \quad g_2 = n^2 + 3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_2 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+3)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 3 + 3}{6}\right] = \left[\frac{2n+1}{6}\right]$$

(8d)
$$\overset{(4d)}{\Rightarrow} \quad g_2 = n^2 + 6 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_2 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+6)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 6 + 3}{6}\right] = \left[\frac{n-1}{3}\right]$$

(8e)
$$\overset{(4e)}{\Rightarrow} \quad g_2 = n^2 + 6 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_2 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+6)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 6 + 3}{6}\right] = \left[\frac{n-1}{3}\right]$$

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(8f)
$$\overset{(4f)}{\Rightarrow} \quad g_2 = n^2 + 4 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \; t_2 = \left[\frac{(n+1)^2 - (n^2+4)}{6} + \frac{1}{2}\right] = \left[\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 4 + 3}{6}\right] = \left[\frac{n}{3}\right]$$

A (6a)-(6f)-beli t_1 és a (8a)-(8f)-beli t_2 értékek páronkénti összeadásával kapjuk rendre a $\left[n^2, (n+1)^2\right]$ intervallumbeli $g_x=6z\pm1$ alakú elemek (lásd 1. ábra) t számát (lásd 1. táblázat 10. oszlop).

(9a)
$$\overset{(6a),(8a)}{\Rightarrow} \quad t = t_1 + t_2 = \left[\frac{2n+3}{6}\right] + \left[\frac{2n-1}{6}\right] = \left[\frac{2n+1}{3}\right]$$

(9b)
$$\overset{(6b),(8b)}{\Rightarrow} \quad t = t_1 + t_2 = \left[\frac{2n+3}{6}\right] + \left[\frac{2n+1}{6}\right] = \left[\frac{2n+2}{3}\right]$$

(9c)
$$\overset{(6c),(8c)}{\Rightarrow} \quad t = t_1 + t_2 = \left[\frac{2n+3}{6}\right] + \left[\frac{2n+1}{6}\right] = \left[\frac{2n+2}{3}\right]$$

(9d)
$$\overset{(6d),(8d)}{\Rightarrow} \quad t = t_1 + t_2 = \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n-1}{3}\right] = \left[\frac{2n-1}{3}\right]$$

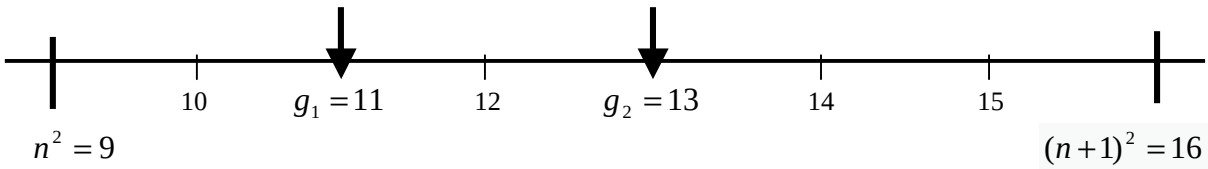
(9e)
$$\overset{(6e),(8e)}{\Rightarrow} \quad t = t_1 + t_2 = \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n-1}{3}\right] = \left[\frac{2n-1}{3}\right]$$

(9f)
$$\overset{(6f),(8f)}{\Rightarrow} \quad t = t_1 + t_2 = \left[\frac{n+1}{3}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] = \left[\frac{2n+1}{3}\right]$$

A fentiek alapján a [Dénes 2001] 1. tételből következik, hogy az $\left[n^2, (n+1)^2\right]$ intervallumban mindig létezik t számú (lásd (9a)-(9f)) $g_1,\ldots,g_t$ $6z\pm1$ alakú érték és csak ezek között lehetnek az intervallumbeli prímszámok (az $n=3,4,\ldots,10$ eseteket mutatják be a 2-9. ábrák, az ábrákon a nyilak a megfelelő g_i értékeket jelölik, vastag nyillal jelöltük a prímszám g_i értékeket).

Példák

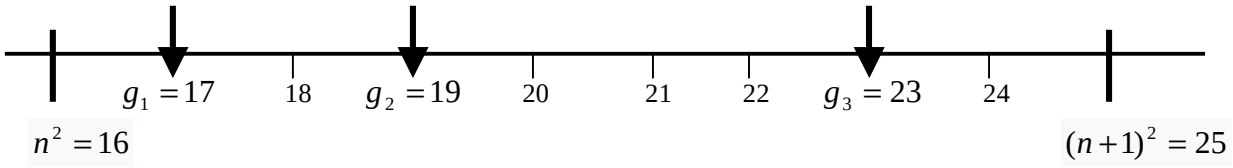
$$n = 3 \overset{(9f)}{\Rightarrow} \; t = \left[\frac{2\cdot 3+1}{3}\right] = 2$$



2. ábra

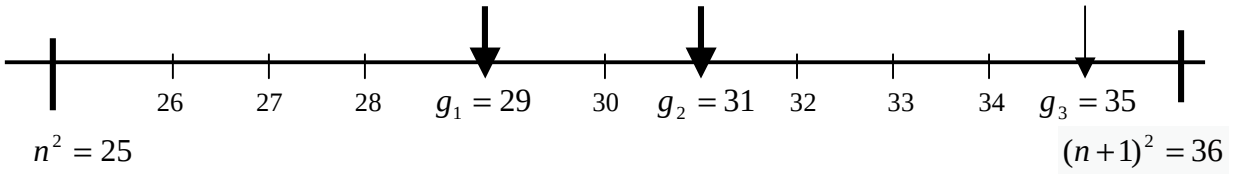
Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email:** tdenest@freemail.hu

$$n = 4 \overset{(9b)}{\Rightarrow} t = \left[\frac{2 \cdot 4 + 2}{3}\right] = 3$$



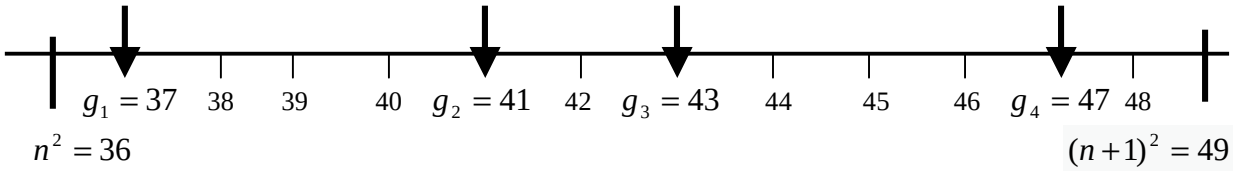
3. ábra

$$n = 5 \overset{(9e)}{\Rightarrow} t = \left[\frac{2 \cdot 5 - 1}{3}\right] = 3$$



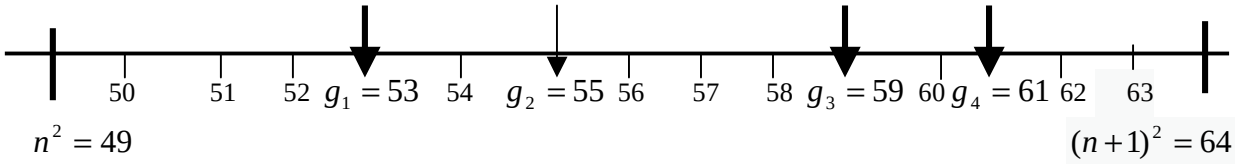
4. ábra

$$n = 6 \overset{(9a)}{\Rightarrow} t = \left[\frac{2 \cdot 6 + 1}{3}\right] = 4$$



5. ábra

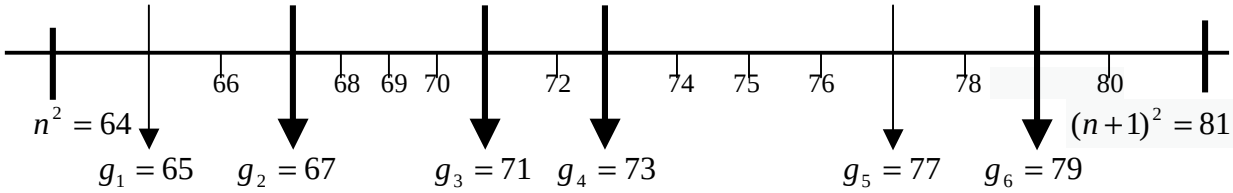
$$n = 7 \overset{(9d)}{\Rightarrow} t = \left[\frac{2 \cdot 7 - 1}{3}\right] = 4$$



6. ábra

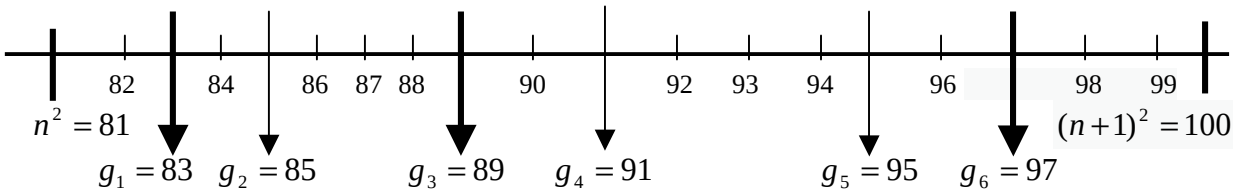
Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

$$n = 8 \overset{(9c)}{\Rightarrow} t = \left[\frac{2 \cdot 8 + 2}{3}\right] = 6$$



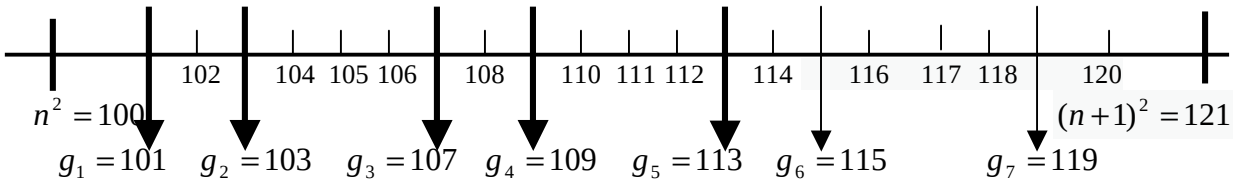
7. ábra

$$n = 9 \overset{(9f)}{\Rightarrow} t = \left[\frac{2 \cdot 9 + 1}{3}\right] = 6$$



8. ábra

$$n = 10 \overset{(9b)}{\Rightarrow} t = \left[\frac{2 \cdot 10 + 2}{3}\right] = 7$$



9. ábra

A bizonyítás folytatása (indirekt)

Indirekt feltételként, az (1) állítással ellentétben, tegyük fel, hogy bármely n természetes szám esetén az (5) és (7) típusú $g_1,...,g_t$ értékek egyike sem prímszám. Ekkor a (3a)-(3f) összefüggések alapján, a [Dénes 2001] 2. tétel miatt mindegyik g_x–re ($x=1,2,\ldots,t$) teljesülnie kell a következő egyenlőségek valamelyikének:

(10a) $$\forall n \text{ és } g_x = 6z + 1 \;\; (x = 1,2,...,t) \;\; \Rightarrow \;\; z = 6uv + u + v \;\; (u, v = 1,2,3,...)$$

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(10b) $\forall n \text{ és } g_x = 6z+1 \;\; (x=1,2,...,t) \;\; \Rightarrow \;\; z = 6uv-u-v \;\; (u,v=1,2,3,...)$

(10c) $\forall n \text{ és } g_x = 6z-1 \;\; (x=1,2,...,t) \;\; \Rightarrow \;\; z = 6uv+u-v \;\; (u,v=1,2,3,...)$

(10d) $\forall n \text{ és } g_x = 6z-1 \;\; (x=1,2,...,t) \;\; \Rightarrow \;\; z = 6uv-u+v \;\; (u,v=1,2,3,...)$

Megmutatjuk, hogy az összes lehetséges *n* értéket előállító (3a)-(3f) esetekhez tartozó g_x értékek ($1 \le x \le t$) esetén (lásd 1. ábra és (5), (7)) az indirekt állítás mindig ellentmondásra vezet.

(5) és (7) alapján a g_x ($x=1,2,\ldots,t$) értékek a következő sorozatba rendezhetők:

(11)
$$g_1, g_2, g_3 = g_1+6, g_4 = g_2+6, ..., g_x = g_1 + \left[\frac{x-1}{2}\right]6, g_{x+1} = g_2 + \left[\frac{x-2}{2}\right]6, ..., g_t \Rightarrow$$
$$\Rightarrow g_1, g_2, g_3 = g_1+6, g_4 = g_2+6, ..., g_x = g_1+3(x-1), g_{x+1} = g_2+3(x-2), ..., g_t$$

A következőkben sorra vesszük az összes (3a)-(3f) és (10a)-(10d) eset párosítást, amelyek lefedik az összes *n* természetes számot. Vagyis felírjuk a sorozat g_x és g_{x+1} elemeire a megfelelő (10a)-(10d) összefüggéseket.

(3a) - (10a) – (10c) eset:

(12a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3a)}{=} n^2+1+3(x-1) \overset{(10a)}{=} 6(6uv+u+v)+1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3a)}{=} n^2+5+3(x-2) \overset{(10c)}{=} 6(6uv+u-v)-1$$

(12b)
$$\overset{(12a)}{\Rightarrow} \frac{n^2+3(x-1)}{6} = v(6u+1)+u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2+3(x-1)-6u}{6(6u+1)} \overset{(12a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(12a)}{\Rightarrow} \frac{n^2+6+3(x-2)}{6} = 6uv+u-v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{n^2+6+3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2+3(x-1)-6u}{6(6u+1)} + u - \frac{n^2+3(x-1)-6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2+18u(x-1)-36u^2+36u^2+6u-n^2-3(x-1)+6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2+18u(x-1)+12u-n^2-3(x-1)}{6(6u+1)} \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(n^2+6+3(x-2)\right)(6u+1) = 6un^2+18u(x-1)+12u-n^2-3(x-1) \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6un^2+18ux+n^2+3x = 6un^2+18ux-6u-n^2-3x+3 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2n^2+6x+6u-3=0 \quad \Rightarrow \quad u = \frac{-2n^2-6x+3}{6} \langle 0$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (12a)-(12b) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3a) - (10a) – (10d) eset:

(13a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3a)}{=} n^2 + 1 + 3(x-1) \overset{(10a)}{=} 6(6uv + u + v) + 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3a)}{=} n^2 + 5 + 3(x-2) \overset{(10d)}{=} 6(6uv - u + v) - 1$$

$$\overset{(13a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 3(x-1)}{6} = v(6u+1) + u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2 + 3(x-1) - 6u}{6(6u+1)} \quad \overset{(13a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(13a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 6 + 3(x-2)}{6} = 6uv - u + v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad \frac{n^2 + 6 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) - 6u}{6(6u+1)} - u + \frac{n^2 + 3(x-1) - 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) - 36u^2 - 36u^2 - 6u + n^2 + 3(x-1) - 6u}{6(6u+1)} =$$

(13b)
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) - 72u^2 - 12u + n^2 + 3(x-1)}{6(6u+1)} \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad \left(n^2 + 6 + 3(x-2)\right)(6u+1) = 6un^2 + 18ux - 30u - 72u^2 + n^2 + 3x - 3 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6un^2 + 18ux + n^2 + 3x = 6un^2 + 18ux - 30u - 72u^2 + n^2 + 3x - 3 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 72u^2 + 30u + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 24u^2 + 10u + 1 = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad u_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 96}}{48} = \frac{-10 \pm 2}{48} \langle 0$$

u természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (13a)-(13b) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3a) - (10b) – (10c) eset:

(14a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3a)}{=} n^2 + 1 + 3(x-1) \overset{(10b)}{=} 6(6uv - u - v) + 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3a)}{=} n^2 + 5 + 3(x-2) \overset{(10c)}{=} 6(6uv + u - v) - 1$$

(14b)
$$\overset{(14a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 3(x-1)}{6} = v(6u-1) - u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 6u}{6(6u-1)} \quad \overset{(14a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(14a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 6 + 3(x-2)}{6} = 6uv + u - v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad \frac{n^2 + 6 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 6u}{6(6u-1)} + u - \frac{n^2 + 3(x-1) + 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 36u^2 + 36u^2 - 6u - n^2 - 3(x-1) - 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 72u^2 - 12u - n^2 - 3(x-1)}{6(6u-1)} \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad \left(n^2 + 6 + 3(x-2)\right)(6u-1) = 6un^2 + 18ux - 30u + 72u^2 - n^2 - 3x + 3 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6un^2 + 18ux - n^2 - 3x = 6un^2 + 18ux - 30u + 72u^2 - n^2 - 3x + 3 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 72u^2 - 30u + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 24u^2 - 10u + 1 = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad u_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100-96}}{48} = \frac{10 \pm 2}{48} \langle 1$$

u természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (14a)-(14b) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3a) - (10b) – (10d) eset:

(15a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3a)}{=} n^2 + 1 + 3(x-1) \overset{(10b)}{=} 6(6uv - u - v) + 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3a)}{=} n^2 + 5 + 3(x-2) \overset{(10d)}{=} 6(6uv - u + v) - 1$$

(15b)
$$\overset{(15a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 3(x-1)}{6} = v(6u-1) - u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 6u}{6(6u-1)} \quad \overset{(15a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(15a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 6 + 3(x-2)}{6} = 6uv - u + v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad \frac{n^2 + 6 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 6u}{6(6u-1)} - u + \frac{n^2 + 3(x-1) + 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux - 6u + n^2 + 3x - 3}{6(6u-1)} \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad \left(n^2 + 6 + 3(x-2)\right)(6u-1) = 6un^2 + 18ux - 6u + n^2 + 3x - 3 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6un^2 + 18ux - n^2 - 3x = 6un^2 + 18ux - 6u + n^2 + 3x - 3 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6u = 2n^2 + 6x - 3 \quad \Rightarrow \quad u = \frac{2n^2 + 6x - 3}{6} = x + \underbrace{\frac{n^2}{3} - \frac{1}{2}}_{sosem\ egész\ szám}$$

u természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (15a)-(15b) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3b),(3c) - (10c) – (10a) eset:

(16a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3b),(3c)}{=} n^2 + 1 + 3(x-1) \overset{(10c)}{=} 6(6uv + u - v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3b),(3c)}{=} n^2 + 3 + 3(x-2) \overset{(10a)}{=} 6(6uv + u + v) + 1$$

(16b)
$$\overset{(16a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 3(x-1) + 2}{6} = v(6u-1) + u \Rightarrow v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 2 - 6u}{6(6u-1)} \overset{(16a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(16a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 2 + 3(x-2)}{6} = 6uv + u + v \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{n^2 + 2 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 2 - 6u}{6(6u-1)} + u + \frac{n^2 + 3(x-1) + 2 - 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 12u - 36u^2 + 36u^2 - 6u + n^2 + 3(x-1) + 2 - 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux - 12u + 3x + n^2 - 1}{6(6u-1)}$$

(16c)
$$\overset{(16b)}{\Rightarrow} \left(n^2 + 2 + 3(x-2)\right)(6u-1) = 6un^2 + 18ux - 12u + 3x + n^2 - 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6un^2 + 18ux - 24u - n^2 - 3x + 4 = 6un^2 + 18ux - 12u + 3x + n^2 - 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2n^2 + 12u + 3x - 3 = 0 \Rightarrow u = \frac{3 - 2n^2 - 3x}{12} \langle 0$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (16a)-(16c) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3b),(3c) - (10c) – (10b) eset:

(17a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3b),(3c)}{=} n^2 + 1 + 3(x-1) \overset{(10c)}{=} 6(6uv + u - v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3b),(3c)}{=} n^2 + 3 + 3(x-2) \overset{(10b)}{=} 6(6uv - u - v) + 1$$

(17b)
$$\overset{(17a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 3(x-1) + 2}{6} = v(6u-1) + u \Rightarrow v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 2 - 6u}{6(6u-1)} \overset{(17a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(17a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 2 + 3(x-2)}{6} = 6uv - u - v \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{n^2 + 2 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 2 - 6u}{6(6u-1)} - u - \frac{n^2 + 3(x-1) + 2 - 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 12u - 36u^2 - 36u^2 + 6u - n^2 - 3(x-1) - 2 + 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux + 6u - 72u^2 - 3x - n^2 + 1}{6(6u-1)}$$

(17c)
$$\overset{(17b)}{\Rightarrow} \left(n^2 + 2 + 3(x-2)\right)(6u-1) = 6un^2 + 18ux + 6u - 72u^2 - 3x - n^2 + 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6un^2 + 18ux - 24u - n^2 - 3x + 4 = 6un^2 + 18ux + 6u - 72u^2 - 3x - n^2 + 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 72u^2 - 30u - 1 = 0 \Rightarrow u_{1,2} = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 + 4 \cdot 72}}{2 \cdot 72} = \underbrace{\frac{15 \pm \sqrt{15^2 + 72}}{72}}_{nem\ egész\ szám}$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (17a)-(17c) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3b),(3c) - (10d) – (10a) eset:

(18a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3b),(3c)}{=} n^2 + 1 + 3(x-1) \overset{(10d)}{=} 6(6uv - u + v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3b),(3c)}{=} n^2 + 3 + 3(x-2) \overset{(10a)}{=} 6(6uv + u + v) + 1$$

(18b)
$$\overset{(18a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 3(x-1) + 2}{6} = v(6u+1) - u \Rightarrow v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 2 + 6u}{6(6u+1)} \overset{(18a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(18a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 2 + 3(x-2)}{6} = 6uv + u + v \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{n^2 + 2 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 2 + 6u}{6(6u+1)} + u + \frac{n^2 + 3(x-1) + 2 + 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 12u + 36u^2 + 36u^2 + 6u + n^2 + 3(x-1) + 2 + 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux + 6u + 72u^2 + 3x + n^2 - 1}{6(6u+1)}$$

(18c)
$$\overset{(18b)}{\Rightarrow} \left(n^2 + 2 + 3(x-2)\right)(6u+1) = 6un^2 + 18ux + 6u + 72u^2 + 3x + n^2 - 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6un^2 + 18ux - 24u + n^2 + 3x - 4 = 6un^2 + 18ux + 6u + 72u^2 + 3x + n^2 - 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 24u^2 + 10u + 1 = 0 \Rightarrow u_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100-96}}{48} = \frac{-10 \pm 2}{48} \langle 0$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (18a)-(18c) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3b),(3c) - (10d) – (10b) eset:

(19a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3b),(3c)}{=} n^2 + 1 + 3(x-1) \overset{(10d)}{=} 6(6uv - u + v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3b),(3c)}{=} n^2 + 3 + 3(x-2) \overset{(10b)}{=} 6(6uv - u - v) + 1$$

(19b)
$$\overset{(19a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 3(x-1) + 2}{6} = v(6u+1) - u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 2 + 6u}{6(6u+1)} \overset{(19a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(19a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 2 + 3(x-2)}{6} = 6uv - u - v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{n^2 + 2 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 2 + 6u}{6(6u+1)} - u - \frac{n^2 + 3(x-1) + 2 + 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 12u + 36u^2 - 36u^2 - 6u - n^2 - 3(x-1) - 2 - 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux - 18u - 3x - n^2 + 1}{6(6u+1)}$$

(19c)
$$\overset{(19b)}{\Rightarrow} \left(n^2 + 2 + 3(x-2)\right)(6u+1) = 6un^2 + 18ux - 18u - 3x - n^2 + 1 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6un^2 + 18ux - 24u + n^2 + 3x - 4 = 6un^2 + 18ux + 6u + 72u^2 + 3x + n^2 - 1 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 2n^2 + 6x - 5 = 6u \quad \Rightarrow \quad u = \frac{2n^2 + 6x - 5}{6} = \underbrace{\frac{2n^2 - 5}{6}}_{sosem\ egész\ szám} + x$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (19a)-(19c) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3d),(3e) - (10c) – (10a) eset:

(20a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3d),(3e)}{=} n^2 + 4 + 3(x-1) \overset{(10c)}{=} 6(6uv + u - v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3d),(3e)}{=} n^2 + 6 + 3(x-2) \overset{(10a)}{=} 6(6uv + u + v) + 1$$

(20b)
$$\overset{(20a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 3(x-1) + 5}{6} = v(6u-1) + u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 5 - 6u}{6(6u-1)} \overset{(20a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(20a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 5 + 3(x-2)}{6} = 6uv + u + v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{n^2 + 5 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 5 - 6u}{6(6u-1)} + u + \frac{n^2 + 3(x-1) + 5 - 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 30u - 36u^2 + 36u^2 - 6u + n^2 + 3(x-1) + 5 - 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux + 3x + n^2 + 2}{6(6u-1)}$$

(20c)
$$\overset{(20b)}{\Rightarrow} \left(n^2 + 5 + 3(x-2)\right)(6u-1) = 6un^2 + 18ux + 3x + n^2 + 2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6un^2 + 18ux - 6u - n^2 - 3x + 1 = 6un^2 + 18ux + 3x + n^2 + 2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad -2n^2 - 6x - 1 = 6u \quad \Rightarrow \quad u = \frac{-2n^2 - 6x - 1}{6} \langle 0$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (20a)-(20c) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3d),(3e) - (10c) – (10b) eset:

(21a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3d),(3e)}{=} n^2 + 4 + 3(x-1) \overset{(10c)}{=} 6(6uv + u - v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3d),(3e)}{=} n^2 + 6 + 3(x-2) \overset{(10b)}{=} 6(6uv - u - v) + 1$$

(21b)
$$\overset{(21a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 3(x-1) + 5}{6} = v(6u-1) + u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 5 - 6u}{6(6u-1)} \overset{(21a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(21a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 5 + 3(x-2)}{6} = 6uv - u - v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{n^2 + 5 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 5 - 6u}{6(6u-1)} - u - \frac{n^2 + 3(x-1) + 5 - 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 30u - 36u^2 - 36u^2 + 6u - n^2 - 3(x-1) - 5 + 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux - 72u^2 + 24u - 3x - n^2 - 2}{6(6u-1)}$$

(21c)
$$\overset{(21b)}{\Rightarrow} \left(n^2 + 5 + 3(x-2)\right)(6u-1) = 6un^2 + 18ux - 72u^2 + 24u - 3x - n^2 - 2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6un^2 + 18ux - 6u - n^2 - 3x + 1 = 6un^2 + 18ux - 72u^2 + 24u - 3x - n^2 - 2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 72u^2 - 30u = 0 \quad \Rightarrow \quad u(72u - 30) = 0 \quad \Rightarrow \quad u_1 = 0, \quad u_2 = \frac{30}{72}$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (21a)-(21c) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3d),(3e) - (10d) – (10a) eset:

(22a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3d),(3e)}{=} n^2 + 4 + 3(x-1) \overset{(10d)}{=} 6(6uv - u + v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3d),(3e)}{=} n^2 + 6 + 3(x-2) \overset{(10a)}{=} 6(6uv + u + v) + 1$$

(22b)
$$\overset{(22a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 3(x-1) + 5}{6} = v(6u+1) - u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 5 + 6u}{6(6u+1)} \overset{(22a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(22a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 5 + 3(x-2)}{6} = 6uv + u + v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{n^2 + 5 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 5 + 6u}{6(6u+1)} + u + \frac{n^2 + 3(x-1) + 5 + 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 30u + 36u^2 + 36u^2 + 6u + n^2 + 3x + 2 + 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux - 72u^2 + 24u + 3x + n^2 + 2}{6(6u+1)}$$

(22c)
$$\overset{(22b)}{\Rightarrow} \left(n^2 + 5 + 3(x-2)\right)(6u+1) = 6un^2 + 18ux - 72u^2 + 24u + 3x + n^2 + 2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6un^2 + 18ux - 6u + n^2 + 3x - 1 = 6un^2 + 18ux - 72u^2 + 24u - 3x - n^2 - 2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 72u^2 - 24u - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 24u^2 - 8u - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_{1,2} = \underbrace{\frac{2 \pm \sqrt{10}}{12}}_{nem\ egész\ szám}$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (22a)-(22c) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3d),(3e) - (10d) – (10b) eset:

(23a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3d),(3e)}{=} n^2 + 4 + 3(x-1) \overset{(10d)}{=} 6(6uv - u + v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3d),(3e)}{=} n^2 + 6 + 3(x-2) \overset{(10b)}{=} 6(6uv - u - v) + 1$$

(23b)
$$\overset{(23a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 3(x-1) + 5}{6} = v(6u+1) - u \Rightarrow v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 5 + 6u}{6(6u+1)} \overset{(23a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(23a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 5 + 3(x-2)}{6} = 6uv - u - v \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{n^2 + 5 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 5 + 6u}{6(6u+1)} - u - \frac{n^2 + 3(x-1) + 5 + 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 30u + 36u^2 - 36u^2 - 6u - n^2 - 3x - 2 - 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux - 3x - n^2 - 2}{6(6u+1)}$$

(23c)
$$\overset{(23b)}{\Rightarrow} \left(n^2 + 5 + 3(x-2)\right)(6u+1) = 6un^2 + 18ux - 3x - n^2 - 2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6un^2 + 18ux - 6u + n^2 + 3x - 1 = 6un^2 + 18ux - 3x - n^2 - 2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -6u + 2n^2 + 6x + 1 = 0 \Rightarrow u = \frac{2n^2 + 6x + 1}{6} = x + \underbrace{\frac{2n^2 + 1}{6}}_{sosem\ egész\ szám}$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (23a)-(23c) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email:** tdenest@freemail.hu

(3f) - (10c) – (10a) eset:

(24a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3f)}{=} n^2 + 2 + 3(x-1) \overset{(10c)}{=} 6(6uv + u - v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3f)}{=} n^2 + 4 + 3(x-2) \overset{(10a)}{=} 6(6uv + u + v) + 1$$

(24b)
$$\overset{(24a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 3(x-1) + 3}{6} = v(6u-1) + u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 3 - 6u}{6(6u-1)} \quad \overset{(24a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(24a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 3 + 3(x-2)}{6} = 6uv + u + v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad \frac{n^2 + 3 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 3 - 6u}{6(6u-1)} + u + \frac{n^2 + 3(x-1) + 3 - 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 18u - 36u^2 + 36u^2 - 6u + n^2 + 3x - 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux - 12u + 3x + n^2}{6(6u-1)}$$

(24c)
$$\overset{(24b)}{\Rightarrow} \quad \left(n^2 + 3 + 3(x-2)\right)(6u-1) = 6un^2 + 18ux - 12u + 3x + n^2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6un^2 + 18ux - 18u - n^2 - 3x + 3 = 6un^2 + 18ux - 12u + 3x + n^2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6u + 2n^2 + 6x + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad u = -\frac{2n^2 + 6x + 6}{6} \langle 0$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (24a)-(24c) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3f) - (10c) – (10b) eset:

(25a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3f)}{=} n^2 + 2 + 3(x-1) \overset{(10c)}{=} 6(6uv + u - v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3f)}{=} n^2 + 4 + 3(x-2) \overset{(10b)}{=} 6(6uv - u - v) + 1$$

(25b)
$$\overset{(25a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 3(x-1) + 3}{6} = v(6u-1) + u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 3 - 6u}{6(6u-1)} \quad \overset{(25a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(25a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 3 + 3(x-2)}{6} = 6uv - u - v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad \frac{n^2 + 3 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 3 - 6u}{6(6u-1)} - u - \frac{n^2 + 3(x-1) + 3 - 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 18u - 36u^2 - 36u^2 + 6u - n^2 - 3x + 6u}{6(6u-1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux - 72u^2 + 12u - 3x - n^2}{6(6u-1)}$$

(25c)
$$\overset{(25b)}{\Rightarrow} \quad \left(n^2 + 3 + 3(x-2)\right)(6u-1) = 6un^2 + 18ux - 72u^2 + 12u - 3x - n^2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6un^2 + 18ux - 18u - n^2 - 3x + 3 = 6un^2 + 18ux - 72u^2 + 12u - 3x - n^2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 72u^2 - 30u - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 24u^2 - 10u - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_{1,2} = \frac{10 \pm 14}{48} \langle 1$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (25a)-(25c) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3f) - (10d) – (10a) eset:

(26a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3f)}{=} n^2 + 2 + 3(x-1) \overset{(10d)}{=} 6(6uv - u + v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3f)}{=} n^2 + 4 + 3(x-2) \overset{(10a)}{=} 6(6uv + u + v) + 1$$

(26b)
$$\overset{(26a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 3(x-1) + 3}{6} = v(6u+1) - u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 3 + 6u}{6(6u+1)} \quad \overset{(26a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(26a)}{\Rightarrow} \quad \frac{n^2 + 3 + 3(x-2)}{6} = 6uv + u + v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad \frac{n^2 + 3 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 3 + 6u}{6(6u+1)} + u + \frac{n^2 + 3(x-1) + 3 + 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 18u + 36u^2 + 36u^2 + 6u + n^2 + 3x + 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux + 72u^2 + 12u + 3x + n^2}{6(6u+1)}$$

(26c)
$$\overset{(26b)}{\Rightarrow} \quad \left(n^2 + 3 + 3(x-2)\right)(6u+1) = 6un^2 + 18ux - 18u + 3x + n^2 - 3 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6un^2 + 18ux - 18u + n^2 + 3x - 3 = 6un^2 + 18ux + 72u^2 + 12u + 3x + n^2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 72u^2 + 30u + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 24u^2 + 10u + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_{1,2} = \frac{-10 \pm 2}{48} \langle 0$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (26a)-(26c) levezetés eredménye ellentmond!

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

(3f) - (10d) – (10b) eset:

(27a)
$$g_x = g_1 + 3(x-1) \overset{(3f)}{=} n^2 + 2 + 3(x-1) \overset{(10d)}{=} 6(6uv - u + v) - 1$$
$$g_{x+1} = g_2 + 3(x-2) \overset{(3f)}{=} n^2 + 4 + 3(x-2) \overset{(10b)}{=} 6(6uv - u - v) + 1$$

(27b)
$$\overset{(27a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 3(x-1) + 3}{6} = v(6u+1) - u \Rightarrow \quad v = \frac{n^2 + 3(x-1) + 3 + 6u}{6(6u+1)} \overset{(27a)}{\Rightarrow}$$
$$\overset{(27a)}{\Rightarrow} \frac{n^2 + 3 + 3(x-2)}{6} = 6uv - u - v \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{n^2 + 3 + 3(x-2)}{6} = 6u\frac{n^2 + 3(x-1) + 3 + 6u}{6(6u+1)} - u - \frac{n^2 + 3(x-1) + 3 + 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18u(x-1) + 18u + 36u^2 - 36u^2 - 6u - n^2 - 3x - 6u}{6(6u+1)} =$$
$$= \frac{6un^2 + 18ux - 12u - 3x - n^2}{6(6u+1)}$$

(27c)
$$\overset{(27b)}{\Rightarrow} \left(n^2 + 3 + 3(x-2)\right)(6u+1) = 6un^2 + 18ux - 18u + 3x + n^2 - 3 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6un^2 + 18ux - 18u + n^2 + 3x - 3 = 6un^2 + 18ux - 12u - 3x - n^2 \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad 6u - 2n^2 - 6x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad u = x + \underbrace{\frac{2n^2 - 3}{6}}_{sosem\ egész\ szám}$$

u definíció szerint természetes szám (lásd (10a)-(10d)), ennek azonban a (27a)-(27c) levezetés eredménye ellentmond!

A fentiekben egyrészt bizonyítottuk, hogy az $\left\lfloor n^2, (n+1)^2 \right\rfloor$ intervallumban mindig létezik *t* számú (lásd (9a)-(9f)) $g_1, ..., g_t$ *6z±1* alakú természetes szám és csak ezek között lehetnek az intervallumbeli prímszámok.
Ugyanakkor a fenti (12a)-(27c) levezetésekben bebizonyítottuk, hogy az indirekt feltétel egyetlen *n* természetes szám esetén sem teljesül. Ebből következik, hogy bármely *n* természetes szám esetén létezik az (5) és (7) típusú $g_1,\ldots,g_t$ természetes számok között prímszám. Ez pedig éppen a tétel (1) állítását igazolja.

Q.E.D.

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email:** tdenest@freemail.hu

1. Táblázat

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
n	n^2	$(n+1)^2$		***típus***	g_1		***típus***	g_2	***t***
3	9	16	(3f)⇒ $g_1=n^2+2$	6z-1	**11**	(4f)⇒ $g_2=n^2+4$	6z+1	**13**	2
4	16	25	(3b)⇒ $g_1=n^2+1$	6z-1	**17**	(4b)⇒ $g_2=n^2+3$	6z+1	**19**	3
5	25	36	(3e)⇒ $g_1=n^2+4$	6z-1	**29**	(4e)⇒ $g_2=n^2+6$	6z+1	**31**	3
6	36	49	(3a)⇒ $g_1=n^2+1$	6z+1	**37**	(4a)⇒ $g_2=n^2+5$	6z-1	**41**	4
7	49	64	(3d)⇒ $g_1=n^2+4$	6z-1	**53**	(4d)⇒ $g_2=n^2+6$	6z+1	55	4
8	64	81	(3c)⇒ $g_1=n^2+1$	6z-1	65	(4c)⇒ $g_2=n^2+3$	6z+1	**67**	6
9	81	100	(3f)⇒ $g_1=n^2+2$	6z-1	**83**	(4f)⇒ $g_2=n^2+4$	6z+1	85	6
10	100	121	(3b)⇒ $g_1=n^2+1$	6z-1	**101**	(4b)⇒ $g_2=n^2+3$	6z+1	**103**	7
11	121	144	(3e)⇒ $g_1=n^2+4$	6z-1	125	(4e)⇒ $g_2=n^2+6$	6z+1	**127**	7
12	144	169	(3a)⇒ $g_1=n^2+1$	6z+1	145	(4a)⇒ $g_2=n^2+5$	6z-1	**149**	8
13	169	196	(3d)⇒ $g_1=n^2+4$	6z-1	**173**	(4d)⇒ $g_2=n^2+6$	6z+1	175	8
14	196	225	(3c)⇒ $g_1=n^2+1$	6z-1	**197**	(4c)⇒ $g_2=n^2+3$	6z+1	**199**	10
…									
51	2601	2704	(3f)⇒ $g_1=n^2+2$	6z-1	2603	(4f)⇒ $g_2=n^2+4$	6z+1	2605	34
			$g_3=g_1+6$	6z-1	**2609**				
52	2704	2809	(3b)⇒ $g_1=n^2+1$	6z-1	2705	(4b)⇒ $g_2=n^2+3$	6z+1	**2707**	35
53	2809	2916	(3e)⇒ $g_1=n^2+4$	6z-1	2813	(4e)⇒ $g_2=n^2+6$	6z+1	2815	35
			$g_3=g_1+6$	6z-1	**2819**				
54	2916	3025	(3a)⇒ $g_1=n^2+1$	6z+1	**2917**	(4a)⇒ $g_2=n^2+5$	6z-1	2921	36
55	3025	3136	(3d)⇒ $g_1=n^2+4$	6z-1	3029	(4d)⇒ $g_2=n^2+6$	6z+1	3031	36
			$g_3=g_1+6$	6z-1	3035	$g_4=g_2+6$	6z+1	**3037**	
56	3136	3249	(3c)⇒ $g_1=n^2+1$	6z-1	**3137**	(4c)⇒ $g_2=n^2+3$	6z+1	3139	38
…									

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email:** tdenest@freemail.hu

2. Táblázat

n	n^2	$(n+1)^2$	q
1	1	4	**2**
2	4	9	**5**
3	9	16	**11**
4	16	25	**19**
5	25	36	**31**
6	36	49	**41**
7	49	64	**61**
8	64	81	**67**
9	81	100	**83**
10	100	121	**103**
11	121	144	**139**
12	144	169	**149**
13	169	196	**181**
…			
100	10.000	10.201	**10.069**
…			
1.000	1.000.000	1.002.001	**1.000.039**
…			
10.000	100.000.000	100.020.001	**100.000.213**
…			

Dénes Tamás matematikus-kriptográfus **email: tdenest@freemail.hu**

Hivatkozások

[Dénes 2001] Dénes, Tamás: Complementary prime-sieve, PUre Mathematics and Applications, Vol.12 (2001), No. 2, pp. 197-207
http://www.titoktan.hu/_raktar/_e_vilagi_gondolatok/KomplementerPrimszita.pdf