SZOCIOLÓGIA

Az MTA szociológiai bizottságának folyóirata

1979
4

BABICS LÁSZLÓ–DÉNES TAMÁS

A RÉTEGZŐDÉSI ÉS A MOBILITÁSI STRUKTÚRA KÖZÖS ELEMZÉSE GRÁF MODELLEL

1. *Bevezetés*

A mobilitás elemzésével foglalkozó empirikus modellek alapvető problémája az, hogy a rétegpáronkénti mozgások leírásán túlmenően a teljes mobilitás szerkezetét nehezen tudják kezelni.

Hasonlóképpen a rétegekkel és a rétegződéssel (a rétegek viszonyszerkezetével) foglalkozó empirikus modellek előtt az a feladat áll, hogy a rétegződést analitikus és egyben szintetikus módon is előállítsák.

A mobilitási és a rétegződés modellek említett problémáinak hasonlósága nemcsak formai, hanem tartalmi is, mert a mobilitást mindig két (vagy több) különböző időpontban konstruált rétegződésen (pontosabban rétegeken) értelmezik.

Dolgozatunk célkitűzése az, hogy a két probléma tartalmi kapcsolatából kiindulva analitikus és szintetikus modellt, valamint módszert adjon a rétegződés és a mobilitás szerkezetének leírására.

Modellünk szociológiai alapját az a – későbbiekben megfogalmazott – tétel képezi, miszerint a rétegződési és a mobilitási struktúra dinamikus megközelítésben egymásnak kölcsönösen megfeleltethető.

Erre az alapelvre építve a rétegződési és a mobilitási struktúra a differenciálatlan társadalmi mozgásból vezethető le, melynek modellezésére gráfelméleti eszközöket használunk. Így kihasználhatjuk a gráfoknak azt a jó tulajdonságát, hogy struktúrák ábrázolására és elemzésére igen alkalmasak.

A rétegen belüli és a rétegek közötti mozgás valószínűségének közelítésére a megfelelő empirikus relatív gyakoriságokat használjuk. Ezeken két dominancia relációt értelmezve megadjuk az elméletileg lehetséges mozgások típusait. (Vertikális, horizontális, valamint a domináns irányokkal ellentétes, inverz mobilitás). Módszert és algoritmust adunk a mobilitási gráf egzakt elemzésére. Végezetül dolgozatunk utolsó fejezetében a magyar történeti mobilitás négy időszakának konkrét példáján bemutatjuk az elemzést.

2. *A rétegződési és mobilitási struktúra egymásra vonatkoztatása*

A következő fejtegetéseink csak a rétegződési és mobilitási jelenségkörre vonatkoznak, azonban a rövidebb írásmód miatt a „társadalmi, vagy szociológiai jelenség" megjelölést használjuk. A fenti jelenségkört empirikus megközelítésben tárgyaljuk, így elemi egységnek olyan mérési eredményt tekintünk, amely megadja egy, a magyarázó rendszerbe tartozó változó pillanatnyi értékét.

Pusztán a mérési eredményekre és az alábbi két alapfeltevésre támaszkodva fejtjük ki a rétegződési és a mobilitási struktúra kölcsönös megfeleltetésére vonatkozó tételünket.

Definíció: Társadalmi mozgásnak nevezzük a mérési eredményekben és a változók kapcsolatában beálló változást.

1. *Alapfeltevés:* A jelen kérdéskörben a kutató számára empirikusan csak az egyének differenciálatlan társadalmi mozgása adott.

Definíció: A társadalmi mozgás dinamikus egyensúlya alatt azt értjük, ha egy adott időintervallumban bármely két (A, B) réteg esetén az A-ból a B-be és a B-ből az A-ba történő átlépések aránya állandó.

2. *Alapfeltevés:* A társadalmi mozgás abszolút, relatív állandóság (stabilitás) csak dinamikus egyensúlyként jöhet létre.

A következő gondolatmenet egyértelműségének érdekében az alábbi definíciókat adjuk az alapvető szociológiai fogalmakra:

Definíció:

Réteg: Egyének olyan halmaza, amelyet elméletileg kidolgozott változók szerint képezünk.

Definíció:

Rétegződés: A rétegek közötti viszonyok struktúrája.

Definíció: A társadalmi mozgás két típusát különböztetjük meg: a *rétegen belüli* mozgást és a *rétegek közötti* mozgást (rétegváltás).

Definíció: Mobilitásnak nevezzük a társadalmi mozgások összességét.

Az első és második alapfeltevésből következik a rétegződési és mobilitási struktúra kölcsönös megfelelése. A társadalomkutató feladata ugyanis az, hogy struktúrálja a differenciálatlan társadalmi mozgást. Ez a folyamat már akkor megkezdődik, amikor egy társadalmi jelenséget alkotó, végtelennek tekinthető összefüggésrendszerből kiragadunk véges és igen kevés számú összefüggést és ezeket változóként kezelve méréseket végzünk.

A strukturálás második lépcsőjében a rétegek viszonyszerkezetének (rétegződésnek) a meghatározásával létrehozzuk a társadalmi mozgás pillanatképét. A rétegek közötti viszonyokat az ezeket meghatározó változók közötti viszonyok generálják.

A pillanatkép azonban pontosan annyira torz, amennyire eltekint a mozgástól. *A mozgás (mobilitás) hagyományos megragadása a szociológiában ilyen pillanatképek sorozatával, pontosabban két vagy több statikus állapot összehasonlításával történik.* Látni kell azonban, hogy az így megragadott mozgás csak látszat: nem a folyamatot írjuk le, hanem a folyamat két vagy több állapotából rekonstruáljuk a köztük levő történéseket. A társadalmi mozgás strukturálásának ez a lépcsője tehát ugyanolyan statikus, mint a második. Azaz a *társadalmi mozgás adekvát rekonstruálása nem végezhető el úgy, hogy a merev rétegződésen mechanikusan értelmezzük a mobilitást.* Az állapot (rétegződés) és mozgás (mobilitás) így keletkező ellentmondását csak úgy oldhatjuk fel, ha a mozgás struktúráját magát írjuk le, azaz ha nem a részekből, a rétegződési pillanatképekből, hanem az egészből, a társadalmi mozgásból indulunk ki. Ez a mozgás regisztrálható anélkül, hogy valamely rétegződésen értelmeznénk: csak a felvett változók értékváltozásait kell többször

mérnünk. Egy ilyen időben rendezett adatbázis szerkezetéből (mint modellből) következtethetünk a társadalmi mozgás szerkezetére. Ez a mobilitási szerkezet a 2. alapfeltevés alapján stabilizálódhat, azaz beállhat a dinamikus egyensúly.

A társadalmi mozgás dinamikus egyensúlyának felbomlása pillanatában tűnik ki azonban, hogy a rétegződés a mobilitási struktúrával azonos, mert ugyanannak a mozgó szerkezetnek állapota.

Tehát abban a pillanatban, hogy a mozgások szerkezete megváltozik, beáll a rétegződés szerkezetének átalakulása. Ez a pillanat az eredeti rétegződés megszűnése: a mobilitás tehát szétrombolja (és éppen úgy rombolja szét) a rétegződést, ahogy azt saját szerkezete lehetővé teszi.

3. *A mobilitási struktúra vizsgálata*

3.1. *A mobilitás gráf modelljének megszerkesztése*

A rétegváltásokat olyan gráffal modellezzük, amelynek szögpontjai a rétegeket, élei a megfelelő rétegek közötti, adott irányba történő átlépéseket reprezentálják. Így egy irányított gráfot kapunk, amelynek bármely két szögpontja között tetszőleges számú, irányított él fordulhat elő. A párhuzamos éleket (amelyek az egyirányú rétegváltásokat jelölik) úgy küszöbölhetjük ki, ha egy súlyozott élű, irányított, egyszerű $\Gamma = (P, E)$ gráfot képezünk, amelyben az élek súlyát az eredeti gráfban levő párhuzamos élek száma képezi Ennek a gráfnak megfeleltethető egy nxn-es négyzetes mátrix, ahol n a rétegek száma és a mátrix tetszőleges a_{ij} eleme az i-edik rétegből a j-edik rétegbe történő átlépések számát tartalmazza.

Első lépésben a fenti gráfot szimmetrikus, teljes gráfként definiáljuk, amelynek bármely két szögpontja mindkét irányban össze van kötve súlyozott éllel.

A definícióból következik, hogy nulla súlyú élek is szerepelhetnek a gráfban.

Természetesen felmerül, hogy a rétegváltások mérésének hibája van. Ez azt jelenti, hogy a rétegváltások gráf modelljében az élekhez rendelt súlyok eltérését a hibakorláton belül figyelmen kívül kell hagynunk. A továbbiakban a mérési hibát ρ-val jelöljük.

Ha két (azonos szögpontpár közötti) ellentétes irányítású élhez rendelt súlyok közötti eltérés kisebb vagy egyenlő a hibakorlátnál, akkor a súlyokat egyenlőnek, ha nagyobb az eltérés, akkor különbözőnek tekintjük.

Mivel a társadalmi törvényszerűségek nem determinisztikusak, hanem tendencia jellegűek, ezért első közelítésben megengedhető absztrakció, hogy a súlyokra érvényes összefüggéseket is a tendencia elv alapján értékeljük. Eljárásunkban ez azt jelenti, hogy az ellentétes irányítású élek közül másként bíráljuk el azokat, amelyek páronként dominánsak és amelyek nem dominánsak.

Definíció: Legyen e_i egy gráfbeli tetszőleges él és e_j a vele ellentétes irányítású (azonos szögpontpárt összekötő) él. Az e_i-hez rendelt súlyt s_i-vel, az e_j-hez rendelt súlyt s_j-vel jelöljük. Ekkor az e_i élt *párosan dominánsnak nevezzük* e_j-vel szemben, ha

$$s_i - (s_j + \rho) > 0 \tag{1}$$

Mivel a páros dominancia csak két réteg viszonyát veszi figyelembe, ezért a mobilitási tendencia (a domináns társadalmi mozgások) globális jellemzéséhez szükséges az összes réteg viszonyait figyelembe vevő dominancia reláció bevezetése. A mobilitási rendszerre nézve domináns mozgások megállapításánál az összes kombinatorikusan lehetséges rétegpárok (amelyekbe beleértendők tehát a rétegen belüli mozgások is) közötti mozgásokhoz rendelt súlyok átlagához viszonyítjuk az egyes súlyokat.

Definíció: Az előző definíció jelöléseit használva, az e_i él a *mobilitási renszerre nézve domináns,* ha

$$s_i > \frac{\sum\limits_{e_j \in E'} s_j}{|E'|} \qquad (2)$$

(a $|E'|$ jelölés az E' halmaz elemeinek számát jelöli) ahol E' a Γ gráfbeli élek olyan részhalmaza, amelyek súlyai a ρ küszöbérték (hibakorlát) felett vannak. Ezekután a Γ gráf minden élére megvizsgáljuk mindkét *dominancia relációt* és elvégezzük az élek osztályozását.

3.2. *A Γ gráf éleinek osztályozása*

A mobilitási rendszerben szereplő mozgástípusok a Γ gráf éleinek osztályozásával írhatók le. Az osztályozás áttekintéséhez nyújt segítséget az 1. ábra, amely a Γ gráf éleinek osztályozási fáját ábrázolja. A fa gráfok alaptulajdonságából (minden terminális szögponthoz a gyökértől egy és csakis egy út vezet) következik, hogy az élek minden osztályát egy terminális elemmel meghatározhatjuk.

Ennek figyelembevételével fogunk hivatkozni az egyes élosztályokra az 1. ábra jelölései szerint.

Mielőtt az élosztályok tartalmi megfelelőjét külön fejezetben elemeznénk, valamint az ábra jobb megértéséhez szükséges, hogy néhány alapvető fogalomnak az általunk használt értelmezését megadjuk.

Definíció: Hierarchiának nevezzük az egyénhalmazok (rétegek) között értelmezett szigorú rendezési relációt.

Megjegyzések:

1. A szigorú rendezési reláció három tulajdonsággal rendelkezik:
   a) irreflexív
   b) antiszimmetrikus
   c) tranzitív

2. A hierarchia általunk használt fogalma tehát olyan tág reláció, amely speciális esetként tartalmazza a hierarchia szokásos szociológiai értelmét is, amely alapvetően a rétegek hatalmi alá- és fölérendeltségét veszi figyelembe. Az általunk használt hierarchia fogalom tehát a hagyományos fogalomnak nem csupán matematikai általánosítása, hanem felöleli az összes olyan társadalmi viszonyokat, amelyek eleget tesznek a rendezés követelményeinek. (Például ilyen nem hatalmi, de rendezési viszony lehet az életkor, a jövedelem, bizonyos esetben az iskolai végzettség stb.)

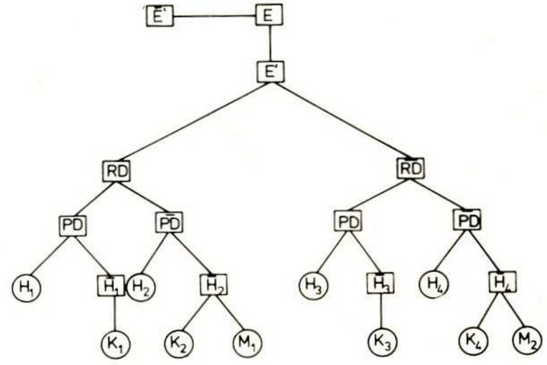
de rendezési viszony lehet az életkor, a jövedelem, bizonyos esetben az iskolai végzettség, stb.)

3. A mobilitás hierarchikus típusa a 2. megjegyzés szerint tehát csupán azt jelenti, hogy az átlépési súlyok szigorúan rendezhetők. Azaz kijelölhetők a mobilitási struktúrában domináns mozgási irányok. Mivel a rétegeket egy változóhalmaz (amelynek nem szükségszerűen eleme a hatalom) alapján generáltuk, ezért a mobilitás iránya éppen egy többváltozós rendezést fejez ki. A második fejezetben kifejtett alapgondolat szerint azonban a mobilitás iránya egyben a rétegződés irányítottsága is, amely tehát a fentiek alapján nem szükségszerűen jelent hatalmi irányítottságot is.

4. A hierarchikus mobilitási típus (lásd 1. ábra: H_1, H_2, H_3, H_4) más néven vertikális mobilitás. A modellünk természetesen figyelembe veszi, hogy a mobilitás nem feltétlenül hierarchikus, sőt ha hierarchikus, akkor is alapvető dominancia eltérések vannak. A modell tehát alkalmas a horizontális mobilitás (lásd 1. ábra: M_1, M_2) kezelésére is, amely a modellben a mellérendelt élhalmazzal írható le.

5. A teljes mobilitási struktúra tehát 10 résztstruktúrából áll össze, amelyben:

– a H_1, H_2, H_3, H_4 élhalmazok mindegyike külön-külön egy-egy hierarchikus mobilitási struktúrát alkot;
– a K_1, K_2, K_3, K_4 a mobilitási hierarchia ellenében ható élek halmazai;
– az M_1, M_2 a mellérendelt élek halmazai.



1. ábra. *A Γ gráf éleinek osztályozási fája*

Jelölések:

E:	a Γ gráf élhalmaza
E':	a hibakorlát feletti súlyú élek halmaza
$\overline{E}'$:	a hibakorlát alatti súlyú élek halmaza
PD:	párosan domináns élek halmaza
$\overline{PD}$:	párosan nem domináns élek halmaza
RD:	rendszerre nézve domináns élek halmaza
$\overline{RD}$:	rendszerre nézve nem domináns élek halmaza
H_1, H_2, H_3, H_4:	hierarchikus élek halmaza

$\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{H}_3, \bar{H}_4$: nem hierarchikus élek halmaza
K_1, K_2, K_3, K_4: körképző élek halmaza
M_1, M_2: mellérendelt élek halmaza

3.3. *A társadalmi mozgás típusainak elemzése*

3.3.1. *A hierarchikus típus* (H_1, H_2, H_3, H_4)

A hierarchia általunk adott definíciója alapján egy hierarchikus rendszerből leképzett gráf nem tartalmazhat kört. Azonban valószínű, hogy a társadalmi mozgások tényleges megvalósulásukban nem tisztán hierarchikusak, még a rendszerre nézve domináns éleket tartalmazó részgráf esetében sem (lásd 1. ábra: M_1).

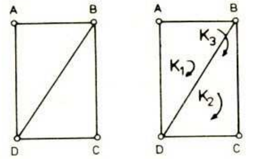
Kézenfekvő tehát, hogy gráf modellünk elemzésének segítségével döntsük el, hogy az általa modellezett mobilitási rendszer mennyire hierarchikus. Ez megtehető, ha meg tudjuk adni a hozzá leginkább „hasonló", de kört nem tartalmazó gráfot.

Erre adunk a fejezet további részében módszert.

Definíció:

Körmátrixnak nevezünk egy adott gráfhoz tartozó olyan mátrixot, amelynek sorai a gráf köreinek, oszlopai a gráf éleinek felelnek meg, amelynek tetszőleges a_{ij} eleme 0,1, –1 attól függően, hogy a j-edik élt tartalmazza-e az i-edik kör pozitív, illetve negatív bejárással, vagy nem tartalmazza egyáltalán. (A gráf minden köréhez egy önkényesen felvett bejárási irány rendelhető.)

Irányított gráfok esetén tehát a körmátrix úgy szerkeszthető meg, hogy a mátrix soraiban felsoroljuk az irányítás elhagyásával keletkező gráfbeli köröket, oszlopaiban pedig az irányított éleket, majd a körmátrix definíciója szerint kitöltjük az elemeket. (Lásd 2. a, b, c ábrák.)



a. b.

	(AB)	(BC)	(BD)	(DA)	(DC)
K_1=(ABD)	1	0	1	1	0
K_2=(BCD)	0	1	-1	0	-1
K_3=(ABCD)	1	1	0	1	-1

c.

2. ábra

Könnyen belátható, hogy egy irányított gráfban akkor és csak akkor van kör, ha a hozzá tartozó körmátrixban van azonos előjelű egyeseket tartalmazó sor (a 2. c ábrán ilyen az első sor).

A körmátrix tehát nem csak a gráfban levő körök számáról, hanem azok pontos leírásáról is felvilágosítást ad. Ennél azonban többre van szükségünk, mégpedig arra, hogy megadjuk azon éleknek minimális számát, amelyek irányítását ellenkezőjére fordítva a gráfban nem lesz egyetlen kör sem. Ezen élek megadása a körmátrix megfelelő transzformációival megtehető. Jelöljük az így kapott élek számát r-rel, ekkor Γ hierarchia szintjét a (3) kifejezés adja meg.

$$Z = \frac{|E| - r}{|E|} = 1 - \frac{r}{|E|} \qquad (3)$$

Mint a (3) összefüggésből kitűnik, max $Z = 1$, amikor $r = 0$ áll elő, azaz a Γ által képviselt mobilitási rendszer teljesen hierarchikus.

Ha a fenti r darab élt elhagyjuk Γ-ból, akkor az eredeti modell gráf egy olyan maximális részgráfját kapjuk, amely már hierarchikus. Az így nyert r darab élt *körképző éleknek* nevezzük és az 1. ábra osztályozási fáján a K_1, K_2, K_3, K_4 osztályokba soroljuk. A körképző élek elhagyása után nyert részgráf az eredeti mobilitási rendszerből azt a maximális számú réteget magában foglaló részrendszert jelöli ki, amely hierarchikus. (Ez a mobilitási rendszer hierarchikus váza).

3.3.2. *A mobilitási rendszer hierarchikus szintjeinek meghatározása*

Definíció: Legyen $\Gamma = (P, E)$ tetszőleges irányított gráf és $P_i \in P$, $P_j \in P$. Ha létezik P_i-ből P_j-be vezető út, akkor P_i-t P_j *ősének* P_j-t P_i *leszármazottjának* nevezzük és azt mondjuk, hogy P_i megelőzi P_j-t.

Osszuk be egy gráf csúcsait egymást követő szintekbe úgy hogy

a) bármely szintet tekintjük is, a szinthez tartozó csúcsoknak ne legyen ősük a későbbi szinten, az első szint csúcsainak egyáltalán ne legyen ősük, az utolsó szint csúcsainak pedig ne legyen leszármazottjuk,

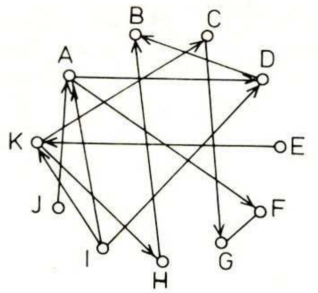
b) egy szinten belüli csúcsok között ne álljon fenn rendezési reláció, azaz ilyen csúcsok ne legyenek éllel, vagy úttal összekötve.

Mivel az *a) b)* feltételek tulajdonképpen rendezést írnak elő a gráf csúcsain, így a rendezési relációnak megfelelően csak kört nem tartalmazó gráfokról lehet szó, azaz a mobilitási szintekről csak hierarchikus mobilitási struktúra esetén beszélhetünk. E fejezet további részében a szintekre bontás eljárását ismertetjük.

Definíció: Egy $\Gamma = (P, E)$ gráf *szomszédossági mátrixán* értjük azt a mátrixot, amelynek sorai és oszlopai a gráf szögpontjait reprezentálják és tetszőleges a_{ij} elemére teljesül a következő összefüggés

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{ha } (P_iP_j) \notin E \\ 1 & \text{ha } (P_iP_j) \in E \end{cases} \qquad (?)$$

Az eljárást egy példán ismertetjük. A 3. ábra gráfjának szintekre bontása legyen a feladat.



3. ábra

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	$\bar{V}_0$	$\bar{V}_1$	$\bar{V}_2$	$\bar{V}_3$
A	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2	2	0	–
B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	–	–	–
C	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	–	–
D	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	–	–
E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	–	–
G	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	–	–	–
H	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	–	–
I	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	3	3	2	0
J	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
K	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2	2	0	–
											SZINT	0	1	2	3
											CSÚCSOK	B G	C F D H	A K	E J I

4. ábra

Tekintsük a 3. ábra gráfját reprezentáló szomszédossági mátrixot (lásd 4. ábra).

Jelölje a mátrix egy-egy oszlopából alkotott oszlopvektorokat rendre $\bar{V}_A$, $\bar{V}_B, \ldots,$ $\bar{V}_K$.

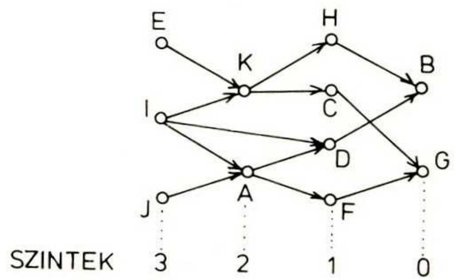
Legyen $\bar{V}_0 = \bar{V}_A + \bar{V}_B + \ldots + \bar{V}_K$ és vegyük fel ezt a vektort a mátrixtól jobbra a 4. ábrán látható módon. Ez a $\bar{V}_0$ vektor bizonyos számú nullát tartalmaz (esetünkben kettőt), amelyek B-nek és G-nek felelnek meg. Ez azt jelenti, hogy ennek a két csúcsnak nincs leszármazottja. Ezeket a csúcsokat 0 szintűeknek nevezzük.

Tekintsük most a következő vektort: $\bar{V}_1 = \bar{V}_0 - \bar{V}_B - \bar{V}_G$ ebben négy nulla lép fel, melyek a C, D, F, H csúcsoknak felelnek meg. Ezeket a csúcsokat 1 szintűeknek nevezzük. Ezután legyen $\bar{V}_2 = \bar{V}_1 - \bar{V}_C - \bar{V}_D - \bar{V}_F - \bar{V}_H$

A $\bar{V}_2$-ben fellépő új nullák az A és K csúcsokhoz tartoznak, ezeket 2 szintűeknek nevezzük. Legyen végül $\bar{V}_3 = \bar{V}_2 - \bar{V}_A - \bar{V}_K$, az itt fellépő három új nulla az E, I, J csúcsokhoz tartozik, így ezek a 3 szintűek.

Itt megállunk, hiszen $\bar{V}_3$ csupa nullából áll. (A keresést tehát mindig abban az újabb gráfban végezzük, amelyik az eredeti gráfból a már felsorolt csúcsok és a rájuk illeszkedő élek elhagyásával keletkezik. Ez az új gráf szintén körmentes, így biztosan van benne leszármazott nélküli csúcs.) A 3. ábra gráfját szintekre bontva az 5. ábrán láthatjuk.

Lényeges hangsúlyozni, hogy a 3. és 5. ábrán ugyanaz a gráf van!



5. ábra

3.3.3. *A mellérendelt mobilitási típus* (M_1, M_2)

Ebbe a típusba azok az élek tartoznak, amelyek súlyaira teljesül a következő feltétel:

$$|s_i - s_j| \leqslant \rho \tag{4}$$

E feltétel tulajdonképpen azt fejezi ki, hogy a két él között a hibakorláton belül nem teljesül a páros dominancia reláció.

Megjegyzendő, hogy ez a típus tartalmilag a horizontális mobilitás.

3.3.4. *Az osztályozási fa terminális elemeinek értelmezése*

Minden terminális élosztály a Γ mobilitási gráf egy részgráfját jelöli ki, amely a teljes mobilitási struktúra egy részstruktúráját reprezentálja. Mivel két dominancia reláció alapján képeztük a terminális élosztályokat, ezért azok a dominancia relációk szerint rendezettek. (Az 1-es index jelöli a legdominánsabb osztályt.)

A páros dominancia reláció a H_1, H_2, H_3, H_4-beli éleket pontosan irányítás szerint választja szét, hiszen ellentétes irányítású élpárokat osztályoz. Ez azt jelenti, hogy két egymással ellentétes irányítású hierarchikus részstruktúráról beszélhetünk, melyeket főirányú és inverz hierarchikus részstruktúráknak nevezünk. A H_1 és a H_2, valamint a H_3 és a H_4 egymásnak inverzei, ahol H_1 a főirányú mobilitási struktúra és irányítása határozza meg a többi struktúra irányítását is.

3.3.5. *A rétegen belüli és a rétegek közötti mozgás valószínűsége*

Mivel az egyes egyén mozgása olyan sok (és jórészben ismeretlen) tényező hatására megy végbe, hogy sem elméletileg, sem gyakorlatilag nem beszélhetünk az egyén mozgásának ismeretelméletileg megragadható determináltságáról, ezért az egyes egyén mozgását elemi véletlen eseménynek kell tartanunk. Ezekből az elemi eseményekből konstruálható meg a különböző típusú társadalmi mozgások valószínűsége, amelyeket az empirikus relatív gyakoriságokkal közelítünk. Ezek kiszámítását adott A, B rétegek esetén a következőképpen végezzük.

A 3.1. pontban leírt mobilitási mátrix A-hoz tartozó sorának és B-hez tartozó oszlopának metszetében találjuk a g_{AB} mozgási gyakoriságot, valamint ismerjük az A réteg mintabeli létszámát, amelyet A -val jelölünk. Ekkor az A rétegből a B rétegbe való mozgás relatív gyakorisága:

$$\hat{g}_{AB} = \frac{g_{AB}}{|A|} \qquad (5)$$

(A mobilitás értelmezéséből következik, hogy B = A esetben, azaz a rétegen belüli mozgás esetében is alkalmazható az (5) képlet).

Megjegyezzük, hogy a mobilitási rendszer hierarchiája csak tendencia jelleggel érvényesül. Ennek a tendenciajellegnek azonban a Γ gráfbeli élekhez rendelt súlyokra is teljesülnie kell és mivel a súlyokat a (5) összefüggés alapján képeztük, így ezek tendenciáját (matematikai értelemben) az azonos rétegpárok esetén több mozgási gyakoriság méréséből nyert méréssorozatok konvergenciája jelenti. Ezen sorozatok konvergenciája esetén beszélhetünk *elméleti mozgási valószínűségről,* amely a sorozatok határértékeként számítható ki.

Ez egyben jó lehetőséget kínál a kimutatott hierarchikus struktúra tendencia jellegének empirikus ellenőrzésére is.

4. *Konkrét példák a mobilitási struktúra elemzésére*

A példák adatait a [3] tanulmányból vettük. Az általunk kiválasztott rész, melyen az elemzés módszertanát bemutatjuk „A második világháború előtti, az azt közvetlenül követő és az ötvenes-hatvanas évek társadalmi mobilitása" című fejezetből származik. Az 1973-as adatokat az azonos szerzőtől származó [4] cikkben találtuk meg.

Az elemzés tartalmi vetületével nem foglalkozunk, hiszen célunk csak a módszerek bemutatása.

A második fejezetben kifejtett gondolatmenet alapján a modellnek csak a hagyományostól eltérő adatbázis felel meg adekvát módon, mert feltételezi a társadalmi mozgás

regisztrálását és csak azt tételezi fel. A társadalmi mozgás regisztrálása nem igényli a rétegződés előzetes megkonstruálását, sőt a rétegeket sem. Az ismertetett elemzési eljárás érzéketlen az adatok előállítási módjára. Mivel az általunk kielégítőnek tartott adatbázist nem volt módunk előállítani, ezért hagyományos adatbázison illusztráljuk az elmondottakat.

A mobilitási struktúra elemzésének elméleti módszerét a 3.1. ponttól kezdve adtuk meg, ezért a most ismertetésre kerülő példánál az ott leírtakat tételesen követjük.

A [3], [4] irodalom alapján négy időintervallum mobilitási struktúrája állítható elő, amelyek közül itt csak az elsőt mutatjuk be részletesen, a többi háromnak csak a végeredményét közöljük terjedelmi korlátok miatt.

Első lépésként előállítjuk a 6. ábrán látható mobilitási mátrixot. A 6. ábra már a kilépések relatív gyakoriságát tartalmazza. A relatív gyakoriságokat a kilépési rétegre vonatkoztattuk. A rétegek melletti sorszámok egyben a gráf szögpontjainak sorszámait is jelölik.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	54,1	24,9	3,3	11,3	0,7	–	2,4	–	–	3,3
2	22,1	36,9	5,7	23,1	5,4	–	2,1	0,4	3,2	1,1
3	5,8	10,2	25,6	36,1	4,4	0,8	4,0	0,9	10,8	1,4
4	2,6	9,0	7,8	56,8	6,4	0,7	7,7	1,6	6,3	1,1
5	2,0	6,6	5,2	34,6	24,0	1,8	8,0	1,8	13,3	2,7
6	0,9	21,4	6,1	29,4	8,0	4,9	15,4	1,6	12,3	–
7	0,5	4,7	7,0	37,6	13,1	2,0	19,3	2,9	12,9	–
3	1,4	4,3	13,9	26,0	12,2	1,2	10,3	16,3	14,4	–
9	0,9	1,7	4,9	10,4	4,2	1,3	5,1	0,9	69,3	1,3
10	9,7	14,8	5,1	28,5	4,7	–	10,1	–	23,0	4,1

6. ábra. *Az 1938. évi társadalmi csoport, az apa 1938. évi társadalmi csoportja szerint*

Jelmagyarázat:

ρ = hibaküszöb
R = a rendszer dominancia küszöbérték
\ = hibaküszöb alatti súlyú élek
/ = a rendszer modinancia küszöbérték alatti súlyú élek

ρ = 4,1
R = 16,1

A továbbiakban a táblázatok és ábrák objektumainak tartalmi feltüntetésétől eltekintünk és ezeket az 1,2, . . ., 10 számokkal jelöljük. A számok mögötti tartalmi megfeleltetést (a rétegeket) az alábbiakban adjuk meg:

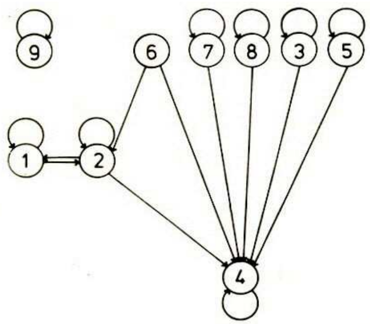
1 – értelmiségi, vezető	6 – hivatalsegéd
2 – egyéb szellemi	7 – segédmunkás
3 – kisiparos	8 – napszámos
4 – szakmunkás	9 – mezőgazdasági
5 – betanított munkás	10 – egyéb

Legyen a mérési hiba (ρ) az EGYEB rétegbe történő belépések relatív gyakoriságai közül a maximális érték, mint a rétegek megállapításának hibája miatt nyilvánvalóan értelmetlen rétegváltási gyakoriság. Hasonló megfontolásból a 10. réteget a 8, 9, 10, 11-ik ábrán elhagytuk.

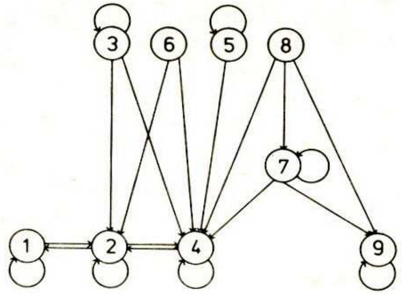
A domináns élek kijelölése és ezek osztályozása a következőképpen történik. Az osztályozás első lépéseként elhagyjuk a mobilitási mátrix azon elemeit, amelyek a ρ hibaküszöbnél kisebbek (lásd a 6. ábrát és a jelmagyarázatot). Második lépésként kiszámítjuk az így megmaradt elemek súlyozott átlagát, amelyet R-rel jelöljük.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	1	0	0	0	0
6	0	1	0	1	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	0	0	1	0	0
8	0	0	0	1	0	0	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1

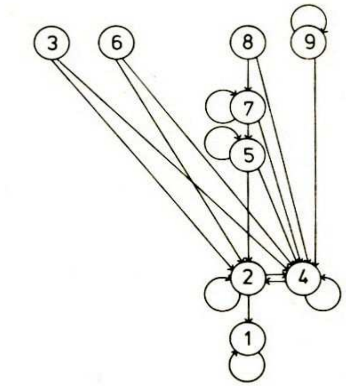
7. ábra. *A fiúk 1938-as réteghelyzete az apák 1938-as réteghelyzete szerint*



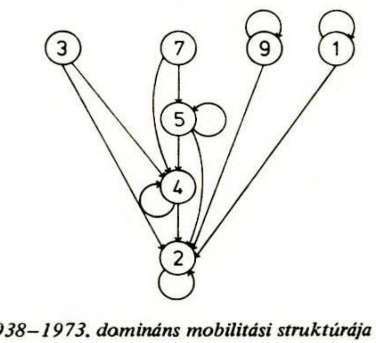
8. ábra. *1938. domináns mobilitási struktúrája* (H_1, K_1, M_1)



9. ábra. *1938–1949. domináns mobilitási struktúrája* (H_1, K_1, M_1)



10. ábra. *1938–1964. domináns mobilitási struktúrája* (H_1, K_I, M_1)



11. ábra. *1938–1973. domináns mobilitási struktúrája* (H_1, K_I, M_1)

Harmadik lépésként megjelöljük a rendszerre domináns relációnak a (2)-es képlet szerint eleget tevő elemeket.

Negyedik lépésben megjelöljük a páros dominancia relációnak az (1) képlet szerint eleget tevő elemeket (összehasonlítjuk az i-edik sor és a j-edik oszlop metszetében levő elemeket a j-edik sor i-edik oszlop metszetében levő elemmel) (lásd 6. ábrát).

Ötödik lépésben előállítjuk a 7. ábrán látható szomszédossági mátrixot (a definíciót lásd a 3.3.2. pontban) amelyen a jelölések azonosak a 6. ábrán láthatókkal.

Hatodik lépésben megrajzoljuk a mobilitási struktúra gráfját a szomszédossági mátrix alapján (lásd 8. ábrát).

Megjegyzendő, hogy a 8, 9, 10, 11. ábra csak a H_1. K_1 és M_1 típusú élekből felépített struktúrákat mutatja. Ezek ugyanis azok a szerkezetek, amelyek a legerősebb tendenciákat ábrázolják.

IRODALOM

[1] Andorka Rudolf: A társadalmi átrétegződés és demográfiai hatásai. II. kötet KSH NTK. J. K. No. 30. 1970.

[2] Andorka Rudolf: A társadalmi mobilitás kutatása. (A szociológia ágazatai c. kötetben) Kossuth Kiadó 1975.

[3] Andorka R., Harcsa I., Kulcsár R.: A társadalmi mobilitás történelmi tendenciái. KSH 343. 1975.

[4] Andorka R., Illés J.: A nemzedékek közötti társadalmi mobilitás változásai I–II. Statisztikai Szemle 1976/10–11.

[5] R. H. Atkin: Mathematical structure in human affairs. Heinemann, London 1974.

[6] Dénes Tamás: Társadalomtudományi kutatások adatainak gráfelméleti szintézis modellje II. Hung, Computer Science Conf. 1977.

[7] Ferge Zsuzsa: Társadalmi struktúra, osztály, réteg a mai szociológiában. (A szociológia ágazatai c. kötetben) Kossuth Könyvkiadó, 1975.

[8] Ferge Zsuzsa: Társadalmunk rétegződése. Közgazdasági és Jogi Kiadó, 1973.

[9] Ferge Zsuzsa: A szocialista társadalmi struktúra dinamikája. Valóság 1976/11. (13–26. o.)

[10] Jánossy Ferenc: A gazdasági fejlődés trendvonala és a helyreállítási periódusok. Közgazdasági és Jogi Kiadó, 1966.

[11] F. L. Jones, P. McDonnel: Measurment of occupational status in comparative analysis. Sociological Methods and Research, Volume 5., Numb. 4., 1977.

[12] C. W. Marshall: Applied graph theory. Wiley and Sons, New York, 1971.

[13] T. Mayer: Mathematical models of group structure. Bobbs-Merrill Comp., New York, 1975.

[14] M. Seeman: Some real and imaginary consequences of social mobility: A French American comparison. American Journal of Sociology, Volume 82, No. 4., 1977.

[15] Surányi L., Vita L.: A pályakezdők vetikális mobilitására ható tényezők vizsgálata az útelemzés módszerével. Szociológia 1973/1., 2.

[16] A. T. White: Graphs, groups and surfaces. North-Holland, New York, 1973.

[17] A munkaerő-mobilitás szociológiai kutatásának problémái. Közgazdasági és Jogi Kiadó 1976.

[18] A fizikai dolgozók állományának foglalkozási szerkezete. KSH, Budapest, 1977.

[19] Boudon, R.: Mathematical structures of social mobility. Jossey-Bass. San Francisco, 1973.

[20] Shorrocks, A. F.: The measurement of mobility. Econometrica 46: 1978. 1013–1024.

[21] Sommers, P. M., Conlisk, I.: Eigenvalue Immobility Measures for Markov Chains. The Journal of Mathematical Sociology 2/1979. 253–276.

SUMMARY

László Babits–Tamás Dénes: Stratification and mobility structure: joint analysis by a graph model

One of the shortcomings of empirical models used in analysing mobility in that they cannot easily handle the structure of total mobility: they are confined to a description of mobility between two strata.

Also it is a challenge to empirical models describing strata and stratification (relations among strata) to describe stratification both synthetically and analytically.

Since mobility is always interpreted in the context of two strata created at different times, the shortcomings of mobility and stratification models bear certain similarities both in form and content.

By departing from the common core of the two problems regarding content, we have made an attempt to produce a synthetic and an analytical model, and to provide a method to describe the structure of stratification and mobility.

Our model is based on a tenet in sociology, as formulated in the paper, that the structure of stratification and that of mobility can – through a dynamic approach – be reciprocally identified.

On this basis both stratification and mobility structures can be deduced from undifferentiated social motion, which we have modelled by means of graphs as suitable tools for describing and analysing structures.

To approximate the probability of mobility within and between strata, we have used the appropriate figures of empirical relative frequency. By interpreting these as two dominance relations we are able to map all theoretically possible types of motion (vertical, horizontal, and inverted running counter to dominant directions). Methods and algorithms have been supplied for an exact analysis of the mobility graph.

The paper is concluded by an example in which four periods in Hungarian historical mobility are studied by means of the method described.

РЕЗЮМЕ

Ласло Бабич—Тамаш Дэнеш: Совместный анализ структуры расслоения и мобильности при помощи модели граф

Главная проблема эмпирических моделей занимающихся анализом мобильности заключается в том, что они сверх описания движения по парам общественных слоев с трудом могут охватить структуру мобильности в целом.

Подобным же образом перед эмпирическими моделями занимающимися слоями и прослойками (структурой соотношений внутри слоев) стоит задача симулировать расслоение и аналитическим и синтетическим способом.

Подобие упомянутых проблем моделей мобильности и расслоения не только формальное, но относится и к содержанию, так как мобильность всегда истолковывается на двух, сконструированных в различное время слоях.

Цель данной работы заключается в том, чтобы исходя из связи по содержанию этих двух проблем дать аналитическую и синтетическую модель, а также метод для описания структуры расслоения и мобильности.

Социологической основой нашей модели является тезис, -- который будет ниже сформулирован, – согласно которому структура расслоения и мобильности при динамическом подходе могут соответствовать друг другу. Базируясь на этом принципе структуру расслоения и мобильности можно вывести из недифференцированного общественного движения, для моделлирования которого мы пользуемся средствами теории графов. Таким образом мы сможем использовать то хорошее свойство графов, что они весьма пригодны для изображения и анализа структур.

Для приближения к вероятности движения внутри слоя и между слоями мы пользуемся соответствующей эмпирической относительной частотой. Толкуя на них два доминантных отношения приводим теоретически возможные типы. (Вертикальную, горизонтальную, а также инверсную мобильность – противоположную доминирующим направлениям.) Приводится метод и алгоритм для точного толкования графа мобильности.

В заключение в последней главе статьи на конкретном примере четырех периодов исторической мобильности в Венгрии показан ход анализа.