



PROCEEDINGS OF
THE **FOURTH** INTERNATIONAL
JOINT CONFERENCE ON

PATTERN RECOGNITION



THE **FOURTH** INTERNATIONAL
JOINT CONFERENCE ON

PATTERN RECOGNITION

NOVEMBER 7-10, 1978, KYOTO, JAPAN



Gráfelméleti megközelítés rendszerek strukturális modellezésére (A holográfia elv kiterjesztése általános rendszerekre)

Bevezetés

Jelen dolgozatom célja, hogy megmutassam az alakfelismerési problémakör kiterjesztését általános rendszerekre. Azaz általános rendszerek struktúrájának megismerését alakfelismerési problémára visszavezetni. Ehhez megadom a rendszerek általános leképezését matematikai (gráfelméleti) modellre. E strukturális modellezés fizikai (kép, hang, stb.) eszközökkel is megvalósítható, megfelelő technikai felszereltség esetén, amely lehetőség érdekes perspektívát ígér például a társadalmi jelenségek (rendszerek) megismerésének segédeszközeként.

Az előbbieken jelzett matematikai modell egyben általánosított (nemcsak fizikai jelenségekre alkalmazható) modellje az optikai jelenségekre megfogalmazott holográfia elvnek.

1. Az egységes vonatkoztatási rendszer szükségessége

Az általunk vizsgált jelenségek (rendszerek) a valóság, mint totalitás bizonyos megközelítési szempontok szerint kiragadott (elkülönített) részei (lásd DT Csepeli Műszaki szemle). Ebből következik, hogy ugyanaz az objektum vizsgálati céljainktól függően más-más megközelítési szempontok szerint vizsgálható.

Ezeket a vizsgálati szempontokat tekintjük adott esetben az objektumok jellemzésére (leírására) alkalmas megfigyelési eszköznek, melyeket *változóknak* nevezünk. Az egyes változók természetesen különböző objektumok esetén különböző értékeket vehetnek fel, melyeket *kódtértékeknek* fogunk nevezni, amely kódtértékek a természetes számok halmazának egy-egy eleméhez rendelhetők.

1.1. Definíció

Legyen $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ adott változók egy halmaza, melyek kódhalmazai (kódtértékei) rendre a K_1, K_2, \dots, K_n halmazok és legyen

$$(1.1) \quad \mathcal{E} = K_1 \times K_2 \times \dots \times K_n$$

ahol \times a Descartes-szorzást jelöli.

Ekkor az $e = (a_1 a_2 \dots a_n)$ elem n -est az X változó halmaz egy realizációjának nevezzük, ha $e \in \mathcal{E}$, azaz

$$(1.2) \quad a_1 \in K_1, a_2 \in K_2, \dots, a_n \in K_n$$

1.2. Definíció

Az $S = (X, E, R)$ hármast rendszernek nevezzük, ha

X : a rendszert definiáló változók halmaza

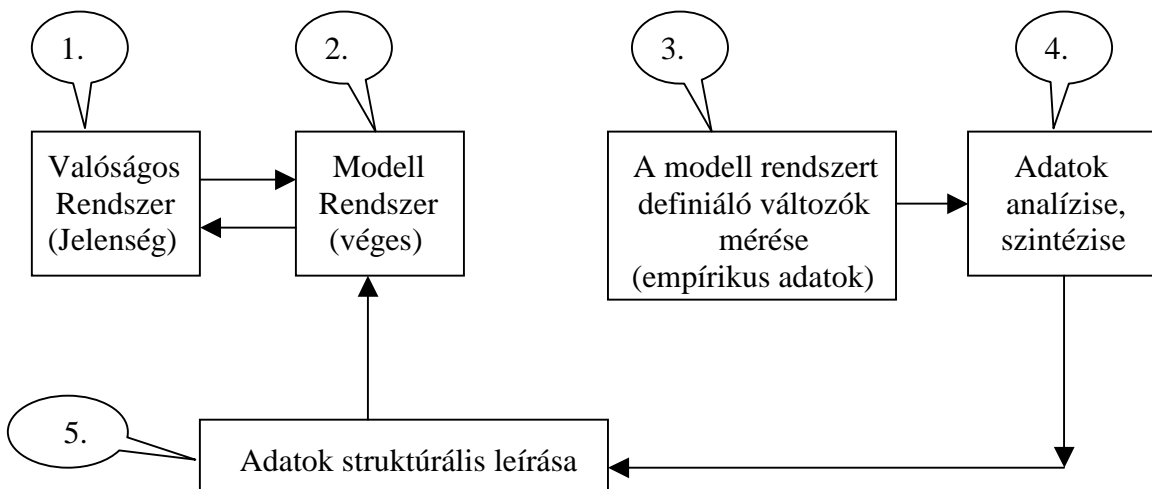
E : a rendszert alkotó objektumok halmaza, melyekhez az X változó halmaz egy-egy realizációja rendelhető, azaz

$$(1.3) \quad \forall e \in E \rightarrow \exists! f \in \mathcal{E}$$

R : az E halmazon értelmezett relációk halmaza, azaz az objektumok közötti viszonyok, vagyis a rendszer definiáló relációinak halmaza

$$(1.4) \quad \forall r \in R \Rightarrow r \subseteq E \times E$$

Megjegyezzük, hogy a rendszert definiáló három halmaz számosságára nem tettünk kikötést, azonban a konkrét emberi megismerés, azaz az empirikus vizsgálatok esetén természetesen ezek a halmazok végesek. A rendszerek empirikus vizsgálata tehát a valóságos rendszer egy leszűkített, közelítő modelljén történik. Ezen a modell-rendszeren végezhetünk méréseket, amelyből adatokat nyerünk, amely adatok analízise és szintézise ad lehetőséget a modell-rendszer strukturális leírására. Ilyen strukturális leírások sorozatával közelíthető a valóságos rendszer megismerése. Ennek az ismeretelméleti kitérőnek igen lényeges szerepe van a továbbiak kifejtésében, így az 1.ábrán felvázoljuk e transzformációk folyamatát (részletesebben lásd DT II.Computer Conf.).



1. ábra

Tudjuk, hogy a modell-rendszert általában több egymástól igen eltérő típusú változó definiálja. (Ezek két nagy csoportját képezik a mennyiségi és minőségi változók.)

A megismerési folyamat 5.lépéséhez tehát ideális esetben olyan eszközök birtoklása szükséges, melyek a 4.lépésben az adatok többváltozós (egymástól eltérő típusú változók esetén is alkalmazható) elemzésére alkalmasak.

Természetesen a több, különböző típusú változó együttes kezelése minden esetben valamilyen közös vonatkoztatási rendszer szükségességét veti fel, hiszen az egyes változók a rendszer egyes metszeteit (egy-egy szempont szerinti vizsgálat) tárják fel.

Az e problémakör (többváltozós elemzés) megoldására kidolgozott elméleti és módszertani eredmények általában a matematikai statisztika körébe tartoznak és közös jellemzőjük, hogy a

vonatkoztatási rendszert a változókkal való transzformációkkal (skálatranszformációk, standardizálás, stb.) vélik megoldani. Mivel azonban így általában nem jutunk egységes vonatkoztatási rendszerhez (hiszen a változók között például ritkán van olyan, amelyre az összes többi vonatkozatható), így a rendszer strukturális elemzésénél számos igen nehéz probléma merül fel, amelyek a modell-rendszer strukturájának adekvált leírását meggátolják. (lásd pl. [1], [3], [5], [6], [7]).

Mint az a jelen dolgozat 3. pontjában kiderül, a rendszer strukturális elemzéséhez szükséges egységes vonatkoztatási rendszert merőben más úton könnyebb megelni és ezt az 1. ábra sugallja is.

2. A holográfia elv alap gondolata

A holográfia elv alap gondolata tulajdonképpen speciális rendszerek (tárgyak) strukturális leképezésénél, annak felismerése, hogy ez *csak egységes vonatkoztatási rendszer segítségével lehetséges*.

Idézzük Gábor Dénes 1971-ben a Nobel-díj átvételekor tartott előadásának egy részletét:

“Miért ne járhatnánk el úgy, hogy elfogadjuk a rossz elektronképet, amely azonban tartalmaz minden információt, majd a rossz képet optikai eszközökkel korrigáljuk? Rövid idő alatt tisztába jöttem azzal, hogy amennyiben ez egyáltalán lehetséges, csak koherens elektronnyalábokkal valósítható meg. A közönséges fényképen azonban a fázisok teljesen elvesznek, a fénykép csupán az intenzitásokat örökíti meg. Nem csoda, hogy elveszítjük a fázist, ha nincs mivel összehasonlítani! Nézzük meg, mi történik, ha alapfázist, koherens háttérrel adunk a fényhullámhoz. Ezután a válasz már viszonylag könnyen adódott, hiszen a tárgy hullám és a koherens háttér (vagy referenciahullám) interferenciája csíkokat hoz létre, melyek maximumai ott lesznek, ahol a két hullám fázis azonos. Ha pozitívt készítünk, amely csak a maximumoknál bocsát át fényt és csupán a referencia-fényforrással világítjuk meg, akkor a fázisok természetesen helyesek lesznek a referencia-fényforrásra, de egyúttal a tárgyra nézve is. A tárgyak tehát rekonstruált formában meg kell jelennie.” (A holográfiáról lásd pl. [8],[9])

Az így nyert interferencia képet nevezte el Gábor Dénes *hologram*-nak, amely tulajdonképpen a tárgy strukturális leképezése, hiszen a tárgy strukturájára vonatkozó maximális információt tartalmazza.

3. Egységes vonatkoztatási rendszer általános rendszerek esetén

Térjünk vissza egy pillanatra az 1.ábrához, ekkor nyomban szembetűnik, hogy a 3. fázisban a rendszert definiáló változók nem hordozói az elemi információknak, csak azok méréséhez segédeszközök. Egy S rendszer strukturáját az R-beli relációk adják meg, amelyeket az E halmazon értelmeztünk.

Az 1.2. definíció szerint E minden eleméhez egyértelműen rendelhető az X változó halmaz egy realizációja, ami azt jelenti, hogy egy tetszőleges E-beli elem (objektum) az összes változóra nézve hordoz pontosan egy elemi információt (mérést). Ebből következik, hogy

általános rendszerek esetén is létezik a változókra nézve egységes vonatkoztatási rendszer, mégpedig az elemi információkat hordozó E-beli objektumok.

A rendszer strukturális leképezését tehát nem a változók konkrét értékei, hanem ezek struktúrája, azaz az elemi hordozókon generált változó-struktúra segítségével oldjuk meg. Ennek kifejtésére jelen dolgozat 4. pontjában kerül sor.

4. Rendszerek strukturális leképezése

A továbbiakban rendszer alatt mindig modell-rendszert értünk, hiszen empirikusan csak ezek strukturális leképezésére van mód.

Tekintsünk egy 1.2. definíció szerinti $S=(X, E, R)$ rendszert és definiáljuk az $r'_1, r'_2, \dots, r'_n \in R$ relációkat úgy, hogy ha $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ és $e=(a_1 a_2 \dots a_n) \in E$, valamint $f=(b_1 b_2 \dots b_n) \in E$ akkor minden $r_i \in R$ esetén teljesül

$$(4.1) \quad e r_i f \Leftrightarrow a_i r'_i b_i \quad (r'_i \subseteq K_i \times K_i)$$

Az így definiált relációkat a megfelelő változó *struktúra generáló relációjának* nevezzük. Így mindegyik $x_i \in X$ változóhoz az E halmaz egy jól definiált struktúráját rendeltük, melyet a következő gráffal reprezentálhatunk.

Jelöljük az x_i változóhoz tartozó gráfot a $\Gamma_i = (P_i, H_i)$ jelöléssel, ahol P_i a gráf szögpontjainak, H_i az éleinek halmaza.

P_i : minden egyes E-beli elemhez egy P_i -beli szögpontot rendelünk a ρ kölcsönösen egyértelmű leképezéssel, azaz ha $e_j \in E$, $p_j \in P_i$, akkor

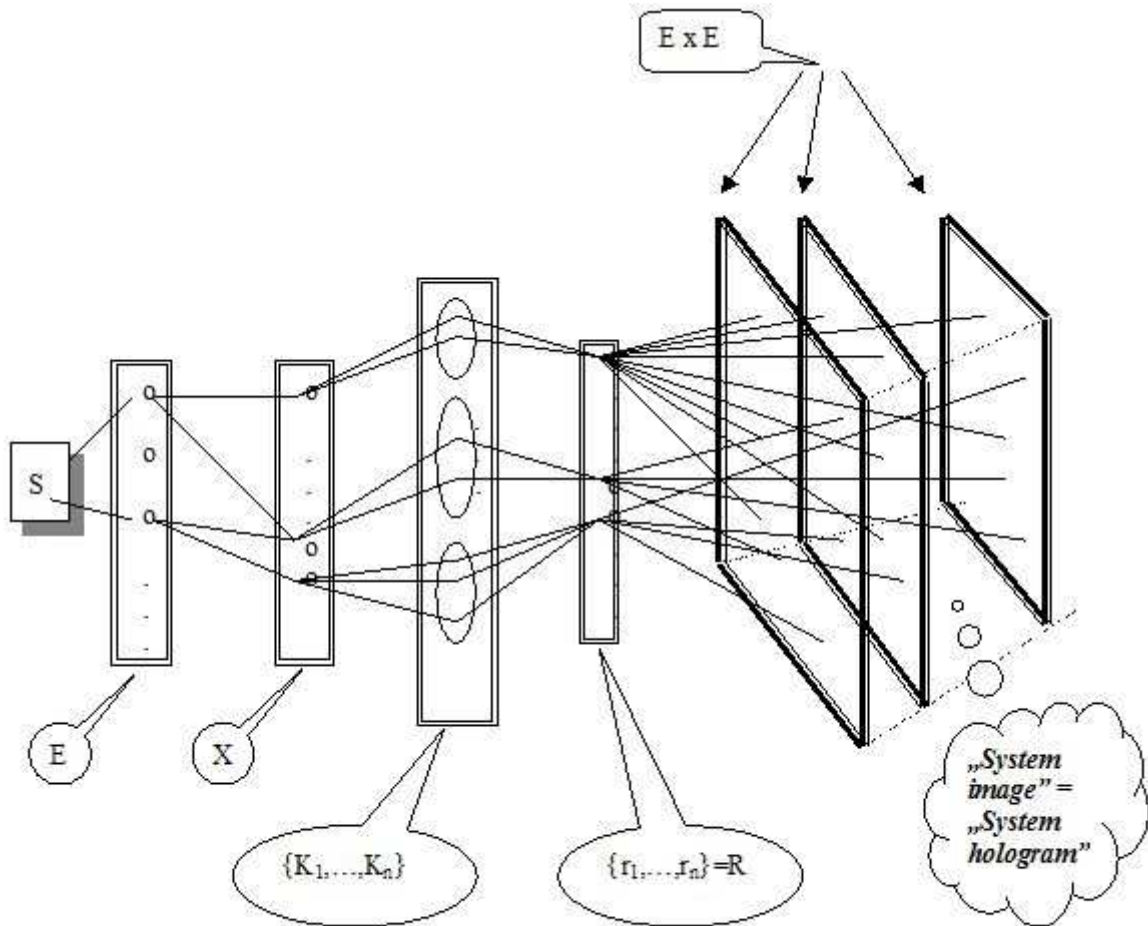
$$(4.2) \quad \rho(e_j) = p_j$$

H_i : $H_i \subseteq P_i \times P_i$ pontosabban

$$(4.3) \quad (p_j p_k) \in H_i \Leftrightarrow e_j r_i e_k$$

Ezen Γ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) gráfok szuperpozíciójaként előáll az S rendszerből leképzett *multigráf*, amelynek az egyes változó-struktúrákhoz tartozó élei különböző úgynevezett "színezéssel" különböztethetők meg.

A fenti eljárással tehát az S rendszert az E-beli objektumok közötti viszonyok (relációk) struktúrájára képeztük le, amely a $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ gráfok szuperpozíciójával reprezentálható. Az eljárás folyamatát vázlatosan a 2. ábrán mutatjuk be.



2. ábra

Ismeretes, hogy egy gráfhoz egyértelműen rendelhető egy képmátrix (és fordítva) oly módon, hogy ha $M_\Gamma = [M_{ij}]^{m \times m}$ (m a mátrix sorainak és oszlopainak száma) a $\Gamma = (P, H) \quad |P|=m$ szögpontú gráf képmátrixa, ahol $|P|$ a P halmaz elemeinek számát jelöli, akkor

$$(4.4) \quad M_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ha } (p_i p_j) \in H \\ 0 & \text{ha } (p_i p_j) \notin H \end{cases}$$

Az M_Γ mátrix minden egyes eleme egy képpontot reprezentál, amely fekete vagy fehér asszerint, hogy az elem 1 vagy 0. Így mindegyik x_i változóhoz egy I_Γ képmátrixot rendeltünk, amelyek megfelelő egymásra vetítése esetén megkapjuk a szuperponált gráfokhoz tartozó „rendszer-képet”, más szóval „rendszer hologramot”. Ezt a „rendszer-képet” megfelelő fizikai eszközökkel akár tényleges vizuális formában is megjeleníthetjük, amely tekinthető az S rendszer absztrakt képének (hologramjának)!

Tekintsük most példaként a 2. pontban tárgyalt holográfiát.

A fizikai tárgyak tulajdonképpen olyan speciális rendszerként foghatók fel, melyeket négy változó definiál (a képi megjelenítés szempontjából), a térbeli kiterjedés három koordinátája és a szín (intenzitás). A rendszert alkotó objektumok a tárgyponatok, melyek egységes

vonatkoztatási rendszereként a koherens referenciahullámokat alkalmazza a holográfia. Ha most az R_1, R_2, R_3 relációk a tárgyponatok közötti relációk, amelyek a (4.1) feltételnek eleget tesznek, akkor jelen esetben ezek az *“adott tárgyponatok referencia és tárgyhulláma azonos fázisban van”* jelentésű relációk, vagyis ekvivalencia relációk. Az interferencia-csíkok tehát a 2. ábra absztrakt *“rendszerképének”* speciális realizációi, azaz a hologramm speciális *“rendszer-kép”*.

5. Alakfelismerés és *“rendszer-kép”*

Célunk az általános rendszerek strukturális megjelenítése volt, ennek alapelvét a 4. pontban írtuk le. Ezzel azonban az általános rendszerek vizsgálatának (strukturális leírásának) problematikája visszavezethető alakfelismerési problémákra és ezek eszközei már jól kezelhető egységes alapokon használhatók. Példaként említjük az alakfelismerési eszközök között igen gyakran jelentkező cluster-analízist, melynek egyik E. Diday és J.C. Simon által [] –ben felvetett feltáratlan területe az átfedő clusterok vizsgálata, az általunk javasolt modellel könnyen tárgyalható.

Irodalmi hivatkozások

- [1] R.H.Atkin: Mathematical structure in human affairs. Heinemann, London, 1974.
- [2] C.Berge: Graphs and hypergraphs. North-Holland, 1973
- [3] T.Dénes,P.Gellér: On the use of mathematics to sociology today.
Conf.of the research committee on the sociology of science. Budapest, 1977
- [4] K.S.Fu(editor): Digital pattern recognition. Springer-Verlag, 1976.
- [5] P.R.Krishnaiah (editor): Multivariate analysis IV. North-Holland, 1977.
- [6] C.A.O’Muirheartaigh,C.Payne (editors): The Analysis of Survey Data Vol.I.: Exploring data structures. John Wiley and Sons, 1977.
- [7] C.A.O’Muirheartaigh,C.Payne (editors): The Analysis of Survey Data Vol.II.:Model fitting. John Wiley and Sons, 1977.
- [8] G.W.Stroke: An introduction to coherent optics and holography.
Academic Press, New York, 1966.
- [9] J.C.Viénot,P.Smigielski,H.Royer: Holographie optique développements-applications
Dunod, Paris, 1973.